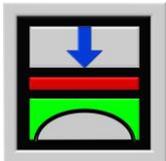


# Beispiele zur Überprüfung und Erläuterung des Programms *ELPLA*



Berechnung  
der Sohlspannungen, Setzungen,  
Biegemomente von Gründungsplatten  
mit der Methode der Finiten Elemente

Version 2010

Programmautoren: M. El Gendy  
A. El Gendy

GEOTEC: GEOTEC Software Inc.  
PO Box 14001 Richmond Road PO  
Calgary AB, Canada T3E 7Y7

<http://www.elpla.com>  
[geotec@elpla.com](mailto:geotec@elpla.com)

**Inhalt**

	Seite
Vorbemerkungen	- 3 -
1 Überprüfung der Bodenspannung unter einer belasteten Rechteckfläche	- 24 -
2 Überprüfung der Bodenspannung unter einer belasteten Kreisfläche	- 27 -
3 Überprüfung der Sofortsetzung einer belasteten Fläche auf dem elastisch-isotropen Halbraummedium	- 30 -
4 Überprüfung der Sofortsetzung einer belasteten Rechteckfläche auf geschichtetem Baugrund	- 33 -
5 Überprüfung der Sofortsetzung eines belasteten Kreistanks auf geschichtetem Baugrund	- 37 -
6 Überprüfung der Konsolidationssetzung unter einer Rechteckplatte	- 42 -
7 Überprüfung der Konsolidationssetzung unter einem Kreisfundament	- 45 -
8 Überprüfung einer starren Quadratplatte auf dem elastisch-isotropen Halbraummedium	- 52 -
9 Überprüfung einer starren Kreisplatte auf dem elastisch-isotropen Halbraummedium	- 55 -
10 Überprüfung schlaffer und starrer Platten auf geschichtetem Baugrund	- 58 -
11 Überprüfung der Grundbruchlast eines Fundaments auf geschichtetem Baugrund	- 62 -
12 Überprüfung des Spannungstrapezverfahrens einer unregelmäßigen Platte	- 69 -
13 Überprüfung des Hauptbettungsmoduls $k_{sm}$	- 73 -
14 Überprüfung eines elastisch gebetteten Balkens	- 78 -
15 Überprüfung eines Trägerrostes auf elastischer Bettung	- 80 -
16 Überprüfung elastischer Platten auf dem elastisch-isotropen Halbraummedium	- 83 -

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

	Seite
17 Überprüfung des Bettungsmodul- und Halbraumverfahrens	- 86 -
18 Überprüfung einer gelenkig gelagerten Platte	- 88 -
19 Auswertung der Iterationsverfahren	- 91 -
20 Untersuchung des Einflusses der Vorbelastung	- 97 -
21 Untersuchung des Einflusses der Lastgeometrie	-102-
22 Setzungsberechnung für die schlaffe Sohlfläche einer Erzhalde	-115-
23 Setzungsberechnung unter einer starren Gründungsplatte	-118-
24 Überprüfung der Verschiebung eines dünnen Auslegerbalkens	-124-
25 Überprüfung der Kräfte in den Pfählen einer Pfahlgruppe	-127-
26 Überprüfung eines Durchlaufträgers	-132-
27 Überprüfung der Momente in einem unsymmetrischen geschlossenen Rahmen	-134-
28 Überprüfung eines ebenen Fachwerks	-136-
29 Einfluss der <i>Poissonzahl</i>	-138-
Literatur	-140-

## **Vorbemerkungen**

### **Zweck der Beispiele**

Dieses Buch stellt die Berechnung vieler Fundamentbeispiele dar. Dies dient zur

- Überprüfung der mathematischen Modelle im Programm *ELPLA* durch Vergleichen von *ELPLA* Ergebnissen mit denen geschlossener Formgleichungen oder anderen veröffentlichten Ergebnissen
- Erläuterung, wie das Programm *ELPLA* für die Berechnung von Fundamenten mit verschiedenen Baugrundmodellen verwendet werden kann

Die in diesem Buch besprochenen Beispiele decken viele praktische Probleme ab. Für jedes in diesem Buch besprochene Problem sind die Eingabedateien und einige berechnete Dateien im *ELPLA* Softwarepaket eingeschlossen. Die Dateinamen und der Inhalt der Beispiele werden anschließend gezeigt. Außerdem gibt es ein Schlüsselbild für jedes Problem, welches die Hauptdaten wie z.B. Grundriss, Lasten und Untergrund enthält.

Beispiele können von *ELPLA* durchgeführt werden zur Untersuchung der Details der Berechnung, um zu sehen, wie das Problem definiert oder berechnet wird und zur Darstellung, zum Drucken oder Plotten der Ergebnisse.

Bei Bestellung der Programmkette *ELPLA* wird eine CD geliefert. Sie beinhaltet die Programme und für 29 Projekte feste Daten für Testzwecke. Es handelt sich um die in diesem Buch beschriebenen 29 Testaufgaben. Sie sind in 76 Dateien gespeichert. Mit diesen Daten werden einige Möglichkeiten vorgestellt, um Flächengründungen mit dem Programm *ELPLA* zu berechnen.

An den vollständig durchgerechneten Zahlenbeispielen soll in erster Linie der Einfluss der verschiedenartigen Baugrundmodelle auf die Ergebnisse gezeigt werden. Weiterhin werden bei jeweils gleichem Baugrundmodell verschiedene Berechnungsmethoden angewandt, um in Gegenüberstellung deren Rechenaufwand und die gegenseitigen Abweichungen in den Ergebnissen beurteilen zu können. In einigen Fällen wird auch der Einfluss untersucht, den eine Berücksichtigung der geologischen Vorbelastung, der Dicke der setzungsverursachenden Schicht sowie der Steifigkeit des aufgehenden Bauwerks auf die Ergebnisse ausübt. Außerdem werden zur Anwendung von *ELPLA* in der Praxis typische Probleme wie folgt berechnet:

- Berechnung der Bodenspannung oder ebener Spannung
- Sofortsetzungsberechnung
- Konsolidationssetzungsberechnung
- Grundbruchberechnung
- Bestimmung des Bettungsmoduls
- Berechnung elastisch gebetteter Balken
- Berechnung eines elastisch gebetteten Trägerrosts
- Berechnung von Tragwerksplatten
- Berechnung von schlaffen, elastischen und starren Platten
- Berechnung der Sohldrücke nach dem Spannungstrapezverfahren
- Berechnung eines Durchlaufträgers, ebenen Stabtragwerks und ebenen Fachwerks

Zu diesem Zweck werden in den folgenden 29 Zahlenbeispielen einige Möglichkeiten vorgestellt, um Flächengründungen zu berechnen. Im Einzelnen sind 29 verschiedene Fundamente oder Strukturen gewählt. Damit werden einige praktisch vorkommende Fälle erfasst.

Alle Berechnungen von Flächengründungen werden mit dem Programm *ELPLA* durchgeführt, das von *M. El Gendy / A. El Gendy* entwickelt wurde.

Auf den nächsten Seiten sind die Grundrisse (mit Lasten, Untergrund, ... usw.) der Beispiele aufgezeichnet. Außerdem sind die Speichernamen der Dateien zu den Zahlenbeispielen neben den Bildern der Beispiele aufgelistet.

### **Beschreibung der Berechnungsverfahren**

Nachstehend wird ein neu entwickeltes und vielseitig anwendbares Computerverfahren nach der Methode der Finiten Elemente vorgestellt, das es ermöglicht, ein beliebig geformtes und belastetes, flächenförmig gegründetes Bauwerk auf einem unregelmäßig aufgebauten Untergrund rechnerisch zu bewältigen. Zunächst wurde zur Erfassung der Boden-Bauwerk-Wechselwirkung eine allgemeine, für Computer geeignete mathematische Lösung entwickelt, die auf einem einheitlichen Finite-Elementmodell für die Sohlplatte basiert. Damit können mit der hierbei entstandenen Programmkette Gründungsplatten mit dem der Wirklichkeit am nächsten kommenden Baugrundmodell dargestellt werden. Es ist möglich, Platten mit beliebiger Grundrissform zu berechnen, Löcher in der Platte und die Interaktion von Nachbarplatten zu berücksichtigen. Mit dem Programm *ELPLA* kann man mit denselben Ausgangsdaten 9 verschiedene Typen von Baugrundmodellen unter Verwendung einer einheitlichen FE-Plattenstatik verwenden. Die folgenden 9 Baugrundmodelle können benutzt werden:

1. Einfache Annahme: Spannungstrapez (keine Berücksichtigung der Interaktion)
2. Berechnung mit konstantem Bettungsmodul
3. Berechnung mit von Knoten zu Knoten variablem Bettungsmodul
4. Berechnung mit iterativ verbessertem variablen Bettungsmodul
5. Berechnung für den elastisch-isotropen Halbraum (1 Schicht mit unendlicher Dicke)
6. Steifemodulverfahren mit Iteration
7. Steifemodulverfahren für den beliebig geschichteten Baugrund
8. Steifemodulverfahren für die starre Platte
9. Steifemodulverfahren für die schlaffe Platte

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Es ist auch möglich, beim dreidimensionalen Kontinuumsmodell unregelmäßige Schichtenverläufe zu berücksichtigen. Darüber hinaus kann mit dem Programm *ELPLA* der Einfluss der Struktursteifigkeit (feldweise veränderliche Dicke der Sohlplatte) auf das System Baugrund/ Bauwerk und der Einfluss von Temperaturänderung auf die Platte dargestellt werden.

Beim Einsatz mehrerer Berechnungsmodelle für dasselbe Bauwerk stimmen die Eingabedaten weitgehend überein. Damit lassen sich auf einfache Weise Vergleichsberechnungen mit unterschiedlichen Modellen durchführen. Auch feste Auflagerknoten sind möglich.

Die Programme wurden unter Zugrundelegung der Normen DIN 4017, DIN 4018, DIN 4019, DIN 1045, DIN 1075 und DIN 4023 entwickelt. Sie sind das Ergebnis umfangreicher Forschungsarbeiten. Die Programme sind mit neuen Methoden der Programmieretechnik entwickelt worden und sehr benutzerfreundlich konzipiert. So werden bei Bedienungsfehlern des Computers oder bei Eingabefehlern Fehlermeldungen angezeigt. Alle Programme sind in das Programmsystem *GEOTEC* eingebunden. Damit ist gewährleistet, dass der Benutzer durch die Benutzung der anderen Programme des *GEOTEC*-Systems die gewohnten Eingabeverfahren kennt und sich im Programm *ELPLA* schnell zurechtfindet. Zu vielen Eingabemenüs gibt es auch Hilfe-Funktionen, die der schnellen Information des Benutzers dienen.

Die eingegebenen Daten können später mühelos geändert werden. Sie werden je nach Wunsch des Benutzers auf der Festplatte in Unterverzeichnissen oder auf einer CD gespeichert. Auch kann ein vom Benutzer im Umfang steuerbares Datenprotokoll ausgegeben werden. Auf Wunsch können in steuerbarem Umfang Zwischen- und Endergebnisse auf dem Drucker ausgegeben werden.

Von der Gründungsplatte können zur Farbdarstellung der Dateneingabe und Ergebnisse WMF-Dateien erzeugt werden. Damit ist es möglich, über 100 verschiedene Darstellungen auf dem Bildschirm, Plotter oder Drucker zu erzeugen. Möglich sind Darstellungen der Bohrprofile, des Bauwerksgrundrisses mit/ ohne Lasten, der Sohlrücke, Verformungen, Biegemomente und Querkräfte (z.B. isometrische Darstellungen und Isolinien).

Zur Programmkette gehört ein umfangreiches Benutzerhandbuch mit einem kurzen Abriss der Theorie, mit einigen Zahlenbeispielen und mit Vordrucken zur Vorbereitung der Dateneingabe.

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

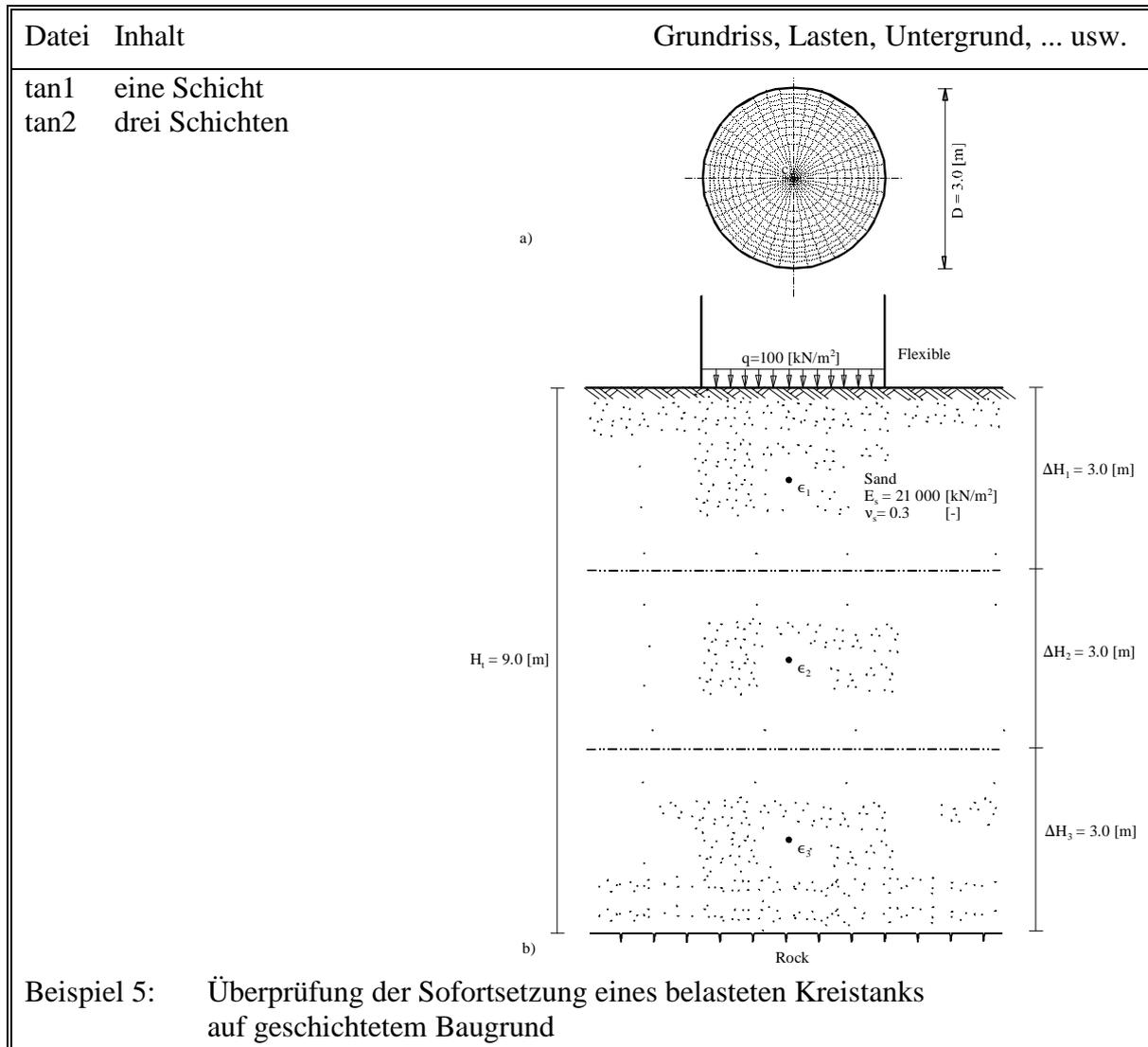
Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
str	Bodenspannung	<p style="text-align: center;">a)</p> <p style="text-align: center;">b)</p>
<p><b>Beispiel 1: Überprüfung der Bodenspannung unter einer belasteten Rechteckfläche</b></p>		
cir	Bodenspannung	<p style="text-align: center;">a)</p> <p style="text-align: center;">b)</p>
<p><b>Beispiel 2: Überprüfung der Bodenspannung unter einer belasteten Kreisfläche</b></p>		

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
circ	Kreisfläche	
rec	Rechteckfläche	
squ	Quadratfläche	
<p><b>Beispiel 3: Überprüfung der Sofortsetzung von belasteten Flächen auf dem elastisch-isotropen Halbraum</b></p>		
rec	Sofortsetzung	
<p><b>Beispiel 4: Überprüfung der Sofortsetzung einer belasteten Rechteckfläche auf geschichtetem Baugrund</b></p>		

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

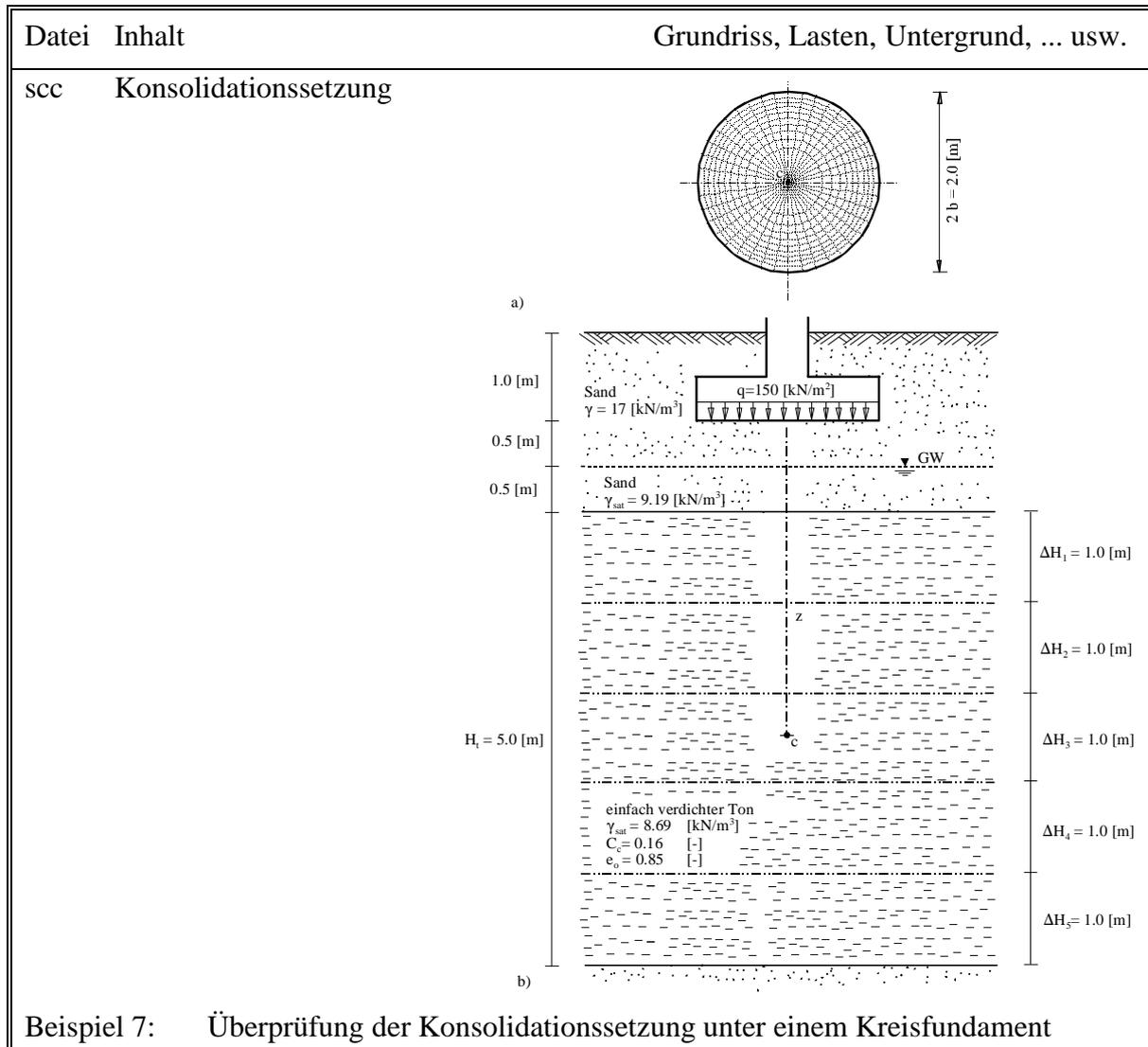


## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

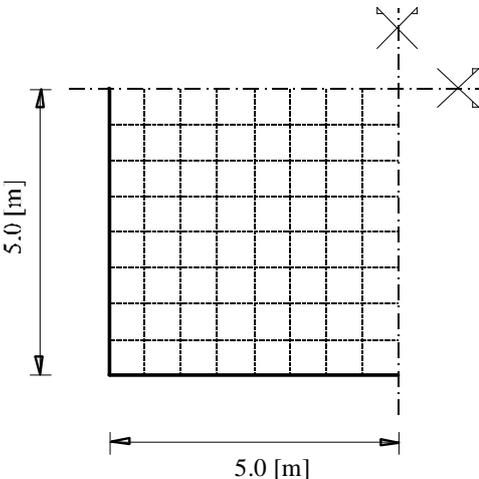
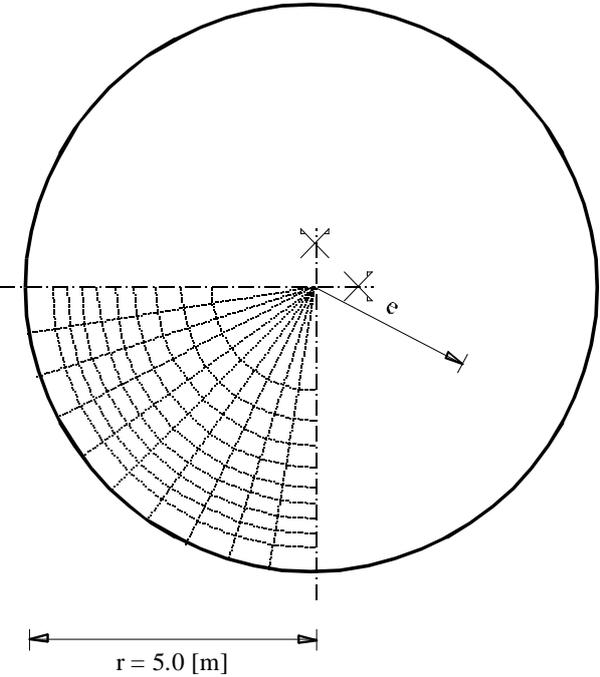
Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
Cons	Konsolidationssetzung	<p style="text-align: center;">a)</p> <p style="text-align: center;">b)</p>
<p><b>Beispiel 6: Überprüfung der Konsolidationssetzung unter einer Rechteckplatte</b></p>		

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele



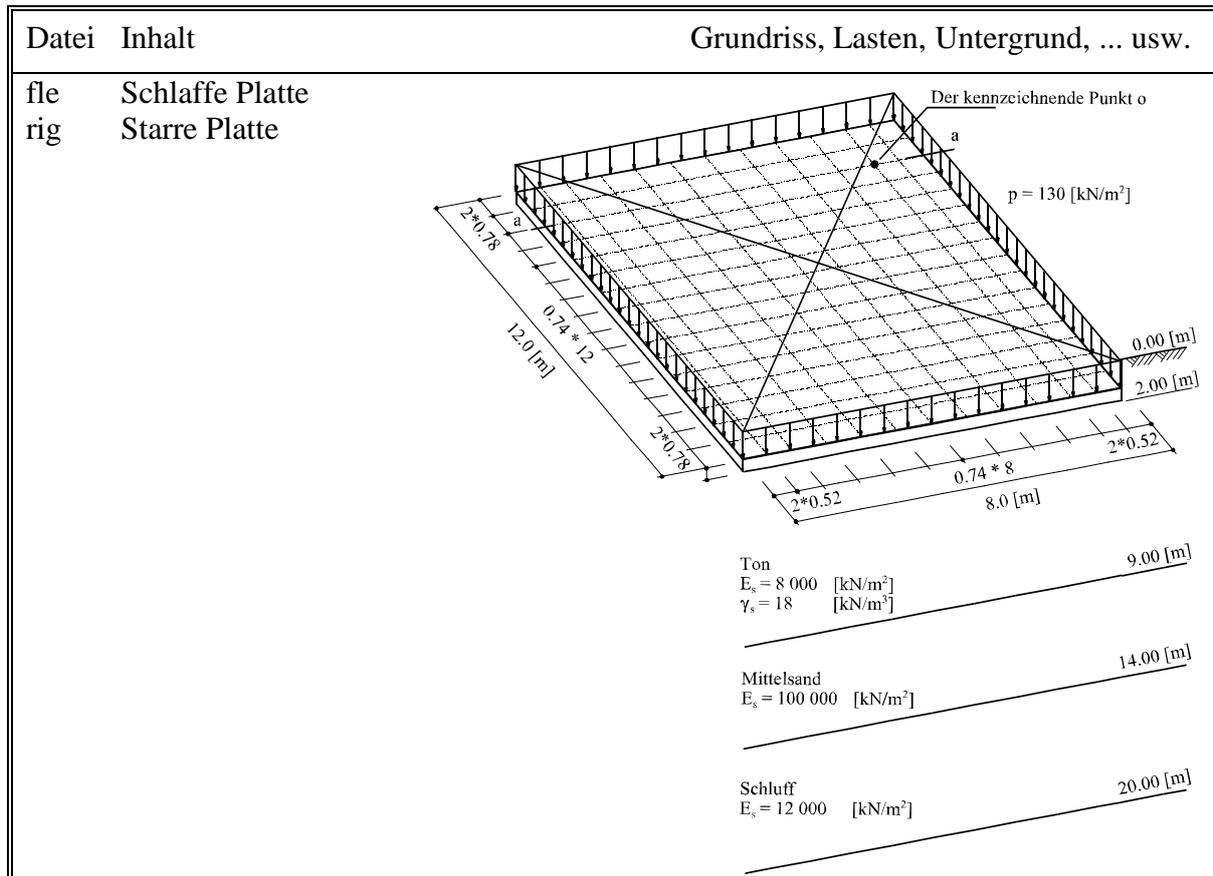
Beispiel 7: Überprüfung der Konsolidationssetzung unter einem Kreisfundament

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

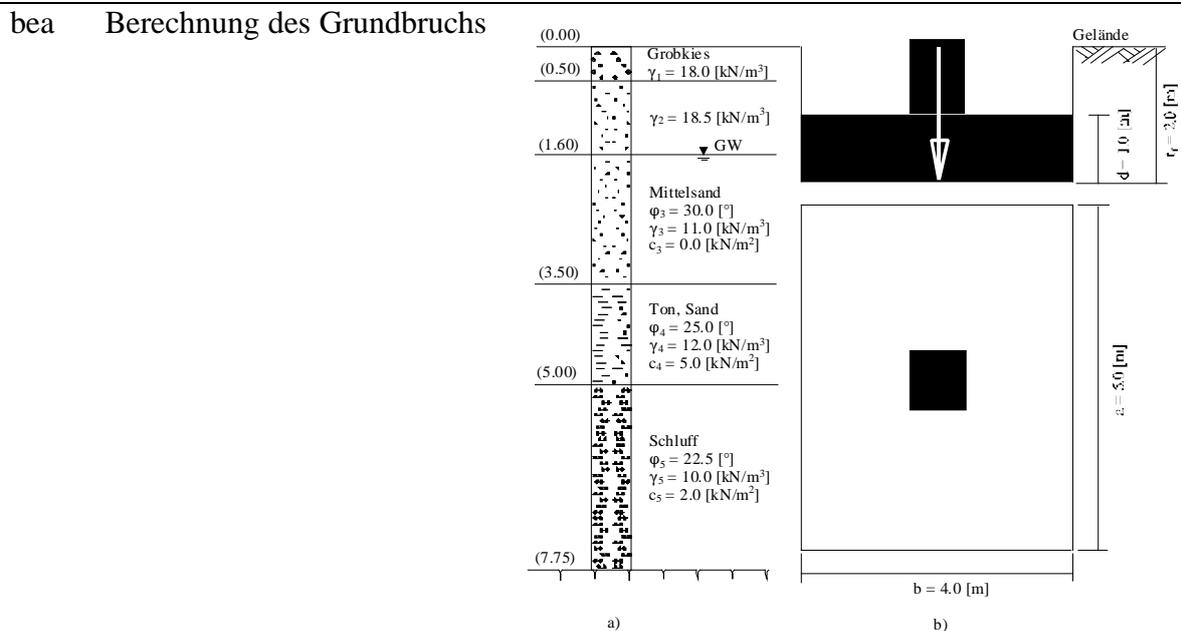
Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
rf2	Platte mit $2 \times 2$ Netz	
rf4	Platte mit $4 \times 4$ Netz	
rf6	Platte mit $6 \times 6$ Netz	
rf8	Platte mit $8 \times 8$ Netz	
rf12	Platte mit $12 \times 12$ Netz	
rf16	Platte mit $16 \times 16$ Netz	
rf20	Platte mit $20 \times 20$ Netz	
rf24	Platte mit $24 \times 24$ Netz	
rf32	Platte mit $32 \times 32$ Netz	
rf48	Platte mit $48 \times 48$ Netz	
<p>Beispiel 8: Überprüfung einer starren Quadratplatte auf dem elastisch-isotropen Halbraum</p>		
rig	Starre Platte	
<p>Beispiel 9: Überprüfung einer starren Kreisplatte auf dem elastisch-isotropen Halbraum</p>		

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele



### Beispiel 10: Überprüfung schlaffer und starrer Platten auf geschichtetem Baugrund



### Beispiel 11: Überprüfung der Grundbruchlast eines Fundaments auf geschichtetem Baugrund

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
lin	Spannungstrapezverfahren	
Beispiel 12: Überprüfung des Spannungstrapezverfahrens einer unregelmäßigen Platte		
be1	Bettungsmodulverfahren	<p>             Platte  <math>E_b = 2 \cdot 10^7</math> [kN/m<sup>2</sup>]  <math>\nu_b = 0.25</math>  <math>P = 1040</math> [kN]         </p> <p>             Ton  <math>E_{s1} = 8\,000</math> [kN/m<sup>2</sup>]  <math>\gamma_s = 18</math> [kN/m<sup>3</sup>]         </p> <p>             Mittelsand  <math>E_{s2} = 100\,000</math> [kN/m<sup>2</sup>]         </p> <p>             Schluff  <math>E_{s3} = 12\,000</math> [kN/m<sup>2</sup>]         </p>
Beispiel 13: Überprüfung des Hauptbettungsmoduls $k_{sm}$		

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
bea	Elastisch gebetteter Balken	<p style="text-align: center;"> <math>P = 1000 \text{ [kN/m]}</math>  <math>k_s = 50\,000 \text{ [kN/m}^3\text{]}</math>  <math>L = 5.0 \text{ [m]}</math>  <math>d = 0.50 \text{ [m]}</math>  <math>0.50 \text{ [m]}</math> </p>
Beispiel 14: Überprüfung eines elastisch gebetteten Balkens		
gri	Trägerrost	<p style="text-align: center;"> <math>10 \text{ [m]}</math>  <math>10 \text{ [m]}</math>  <math>p_l = 500 \text{ [kN/m]}</math>  <math>P = 500 \text{ [kN]}</math>  <math>1.25</math>  <math>1.25</math>  <math>1.25</math>  <math>2.50</math>  <math>1.25</math>  <math>1.25</math>  <math>1.25</math> </p>
Beispiel 15: Überprüfung eines Trägerrostes auf elastischer Bettung		

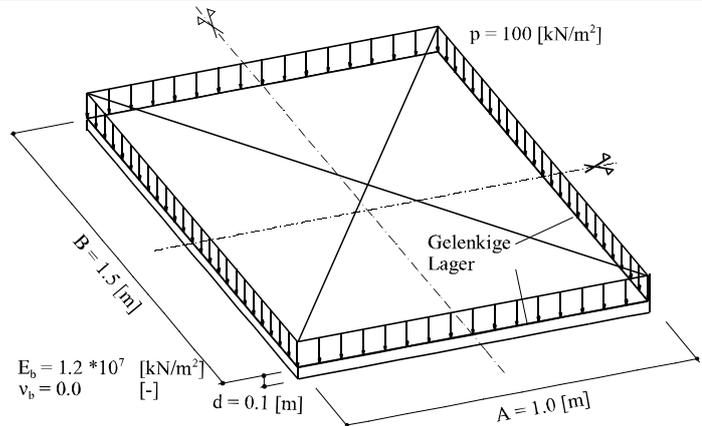
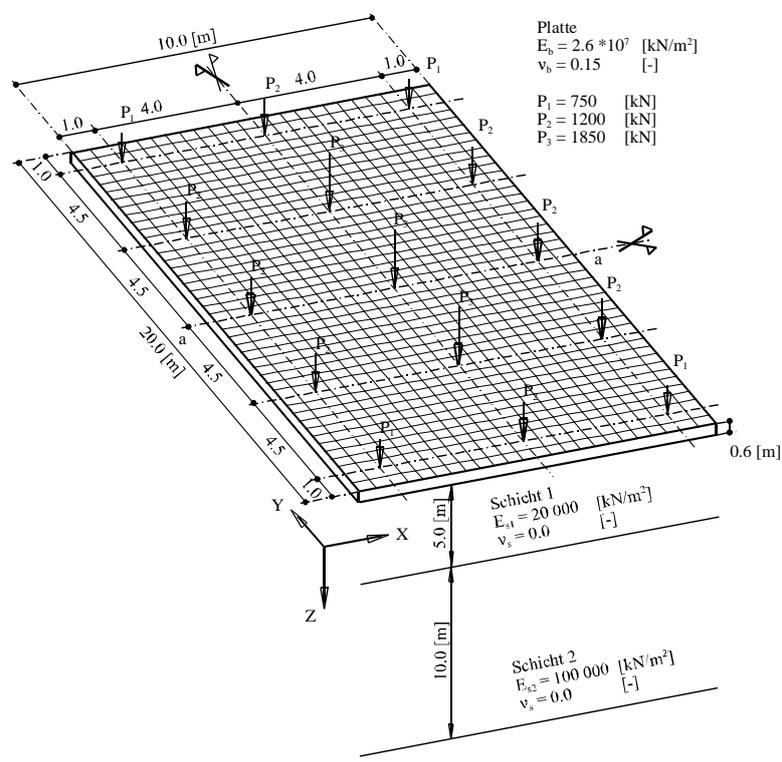
## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

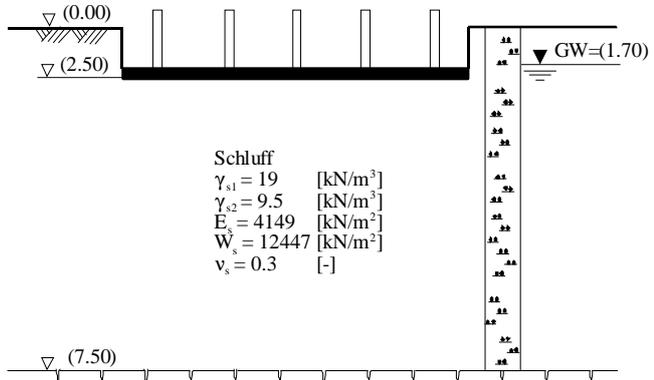
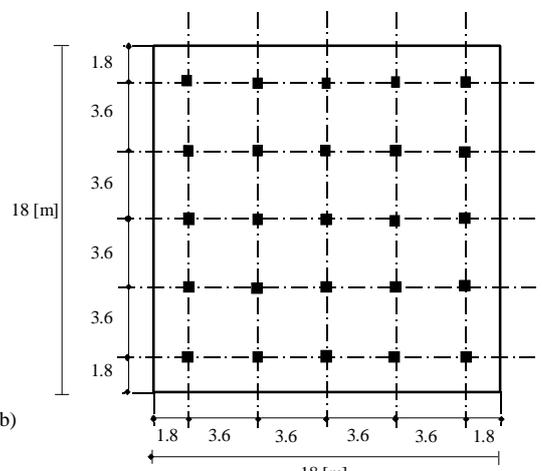
Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
ma1	$k_B = \pi/30, d = 18.5$ [cm]	
ma2	$k_B = \pi/10, d = 26.7$ [cm]	
ma3	$k_B = \pi/3, d = 40$ [cm]	
<b>Beispiel 16: Überprüfung elastischer Platten auf dem elastisch-isotropen Halbraum</b>		
win	Bettungsmodulverfahren	
iso	Halbraumverfahren	
		<p>Platte</p> <p><math>P = 500</math> [kN]</p> <p><math>E_b = 2 \cdot 10^7</math> [kN/m<sup>2</sup>]</p> <p><math>\nu_b = 0.25</math> [-]</p> <p>Boden</p> <p><math>k_s = 600</math> [kN/m<sup>3</sup>]</p> <p><math>E_s = 5000</math> [kN/m<sup>2</sup>]</p> <p><math>\nu_s = 0.2</math> [-]</p>
<b>Beispiel 17: Überprüfung des Bettungsmodul- und Halbraumverfahrens</b>		

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
ne1	Platte mit 1 Element	 <p style="text-align: center;"> <math>E_b = 1.2 \cdot 10^7 \text{ [kN/m}^2\text{]}</math>  <math>v_b = 0.0 \text{ [-]}</math>  <math>d = 0.1 \text{ [m]}</math> </p>
ne4	Platte mit 4 Elementen	
ne9	Platte mit 9 Elementen	
ne16	Platte mit 16 Elementen	
<p><b>Beispiel 18: Überprüfung einer gelenkig gelagerten Platte</b></p>		
au1	Verfahren 4	 <p style="text-align: center;"> <b>Platte</b>  <math>E_b = 2.6 \cdot 10^7 \text{ [kN/m}^2\text{]}</math>  <math>v_b = 0.15 \text{ [-]}</math>  <math>P_1 = 750 \text{ [kN]}</math>  <math>P_2 = 1200 \text{ [kN]}</math>  <math>P_3 = 1850 \text{ [kN]}</math> </p> <p style="text-align: center;"> <b>Schicht 1</b>  <math>E_{s1} = 20\,000 \text{ [kN/m}^2\text{]}</math>  <math>v_{s1} = 0.0 \text{ [-]}</math> </p> <p style="text-align: center;"> <b>Schicht 2</b>  <math>E_{s2} = 100\,000 \text{ [kN/m}^2\text{]}</math>  <math>v_{s2} = 0.0 \text{ [-]}</math> </p>
au2	Verfahren 6	
au3	Verfahren 7	
<p><b>Beispiel 19: Auswertung der Iterationsverfahren</b></p>		

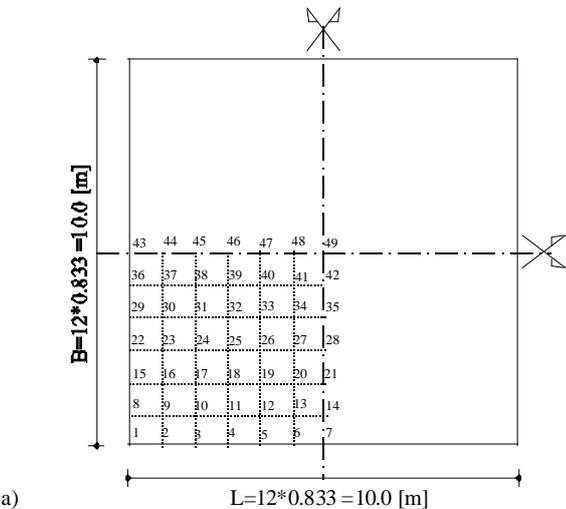
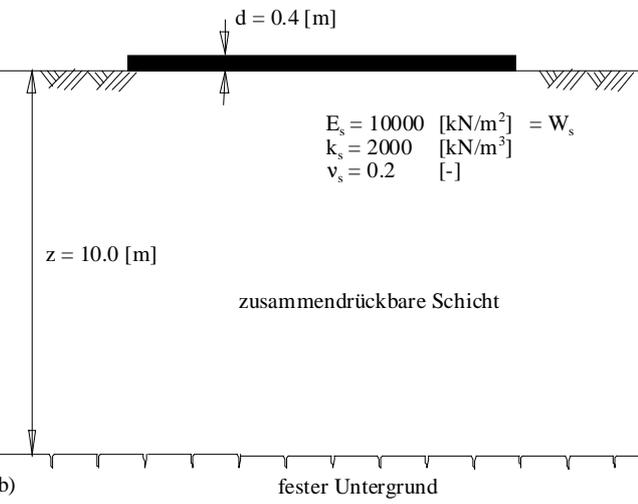
Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
vo1	$W_s = E_s$	 <p style="text-align: center;">Schluff  <math>\gamma_{s1} = 19</math> [kN/m<sup>3</sup>]  <math>\gamma_{s2} = 9.5</math> [kN/m<sup>3</sup>]  <math>E_s = 4149</math> [kN/m<sup>2</sup>]  <math>W_s = 12447</math> [kN/m<sup>2</sup>]  <math>\nu_s = 0.3</math> [-]</p> <p>a) <span style="margin-left: 100px;">Geschiebemergel</span></p>
vo2	$W_s = 900\,000\,000$ [kN/m <sup>2</sup> ]	
vo3	$W_s = 3 * E_s$	
		<p>b)</p>  <p style="text-align: center;">18 [m]</p>

Beispiel 20: Untersuchung des Einflusses der Vorbelastung

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt
	<b>Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.</b>
<p><b>Lastgeometrie a</b></p> <p>qa1 Einfache Annahme            qa2 Konstanter Bettungsmodul            qa3 Elastisch-isotroper Halbraum            qa4 Steifemodulverfahren            qa5 Starre Platte</p>	
<p><b>Lastgeometrie b</b></p> <p>qb1 Einfache Annahme            qb2 Konstanter Bettungsmodul            qb3 Elastisch-isotroper Halbraum            qb4 Steifemodulverfahren            qb5 Starre Platte</p>	
<p><b>Lastgeometrie c</b></p> <p>qc1 Einfache Annahme            qc2 Konstanter Bettungsmodul            qc3 Elastisch-isotroper Halbraum            qc4 Steifemodulverfahren            qc5 Starre Platte</p>	
<p><b>Lastgeometrie d</b></p> <p>qd1 Einfache Annahme            qd2 Konstanter Bettungsmodul            qd3 Elastisch-isotroper Halbraum            qd4 Steifemodulverfahren            qd5 Starre Platte</p>	
	 <p>a)</p>
	 <p>b)</p>
<p><b>Beispiel 21: Untersuchung des Einflusses der Lastgeometrie</b></p>	

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
flex	Setzungsberechnung	<p>a)</p> <p>b)</p>
<p>Beispiel 22: Setzungsberechnung für die schlaffe Sohlfäche einer Erzhalde</p>		

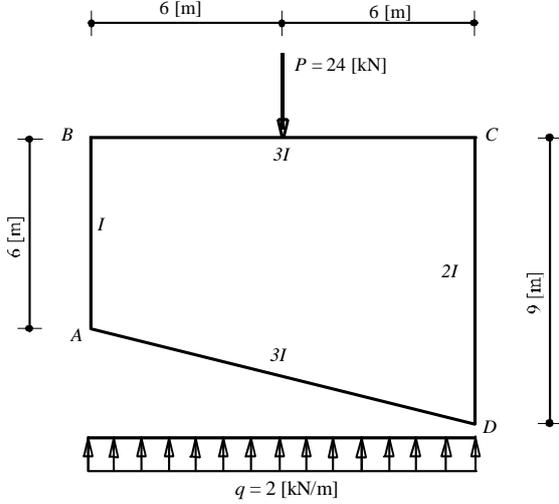
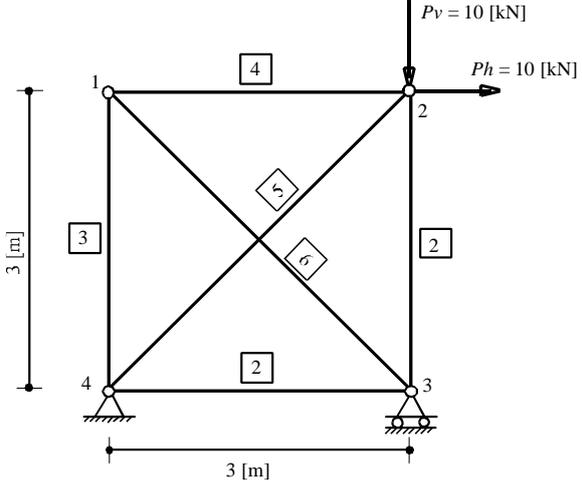
Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
sta	Starre Platte	
<p>Beispiel 23: Setzungsberechnung unter einer starren Gründungsplatte</p>		
<p>Plane Stress 10 10</p> <p>Plane Stress 15 15</p> <p>Plane Stress 20 20</p> <p>Plane Stress 30 30</p>	<p>Netzgröße 10 × 10 [cm<sup>2</sup>]</p> <p>Netzgröße 15 × 15 [cm<sup>2</sup>]</p> <p>Netzgröße 20 × 20 [cm<sup>2</sup>]</p> <p>Netzgröße 30 × 30 [cm<sup>2</sup>]</p>	
<p>Beispiel 24: Überprüfung der Verschiebung eines dünnen Auslegerbalkens</p>		

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
Forces in piles	Pfähgruppe	
<p>Beispiel 25: Überprüfung der Kräfte in den Pfählen einer Pfähgruppe</p>		
<p>Case a Case b Case c</p>	<p>Fall a Fall b Fall c</p>	
<p>Beispiel 26: Überprüfung eines Durchlaufträgers</p>		

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
Frame	Geschlossener Rahmen	
Beispiel 27:	Überprüfung der Momente in einem unsymmetrischen geschlossenen Rahmen	
Plane Truss	Ebenes Fachwerk	
Beispiel 28:	Überprüfung eines ebenen Fachwerks	

Dateiname, Inhalt und Kurzbeschreibung der Beispiele

Datei	Inhalt	Grundriss, Lasten, Untergrund, ... usw.
poi	Setzungsberechnung	<p>Beispiel 29: Überprüfung des Einflusses der <i>Poissonzahl</i></p>

**Beispiel 1: Überprüfung der Bodenspannung unter einer belasteten Rechteckfläche**

**1 Aufgabenstellung**

Zur Überprüfung der Bodenspannung im Punkt *A* unter einer belasteten Rechteckfläche wird die ermittelte Bodenspannung nach *Das* (1983), Beispiel 6.3, Seite 370, unter Benutzung des Einflusskoeffizienten von *Newmark* (1935) mit den Ergebnissen des Programms *ELPLA* verglichen.

Eine Flächenlast von  $q = 50 \text{ [kN/m}^2\text{]}$  wirkt auf eine schlanke Rechteckfläche  $6 \text{ [m]} \times 3 \text{ [m]}$ , wie im Bild 1 gezeigt. Es soll die lotrechte Spannung im Punkt *A* bestimmt werden, der sich in einer Tiefe von  $z = 3 \text{ [m]}$  unter Gelände befindet.

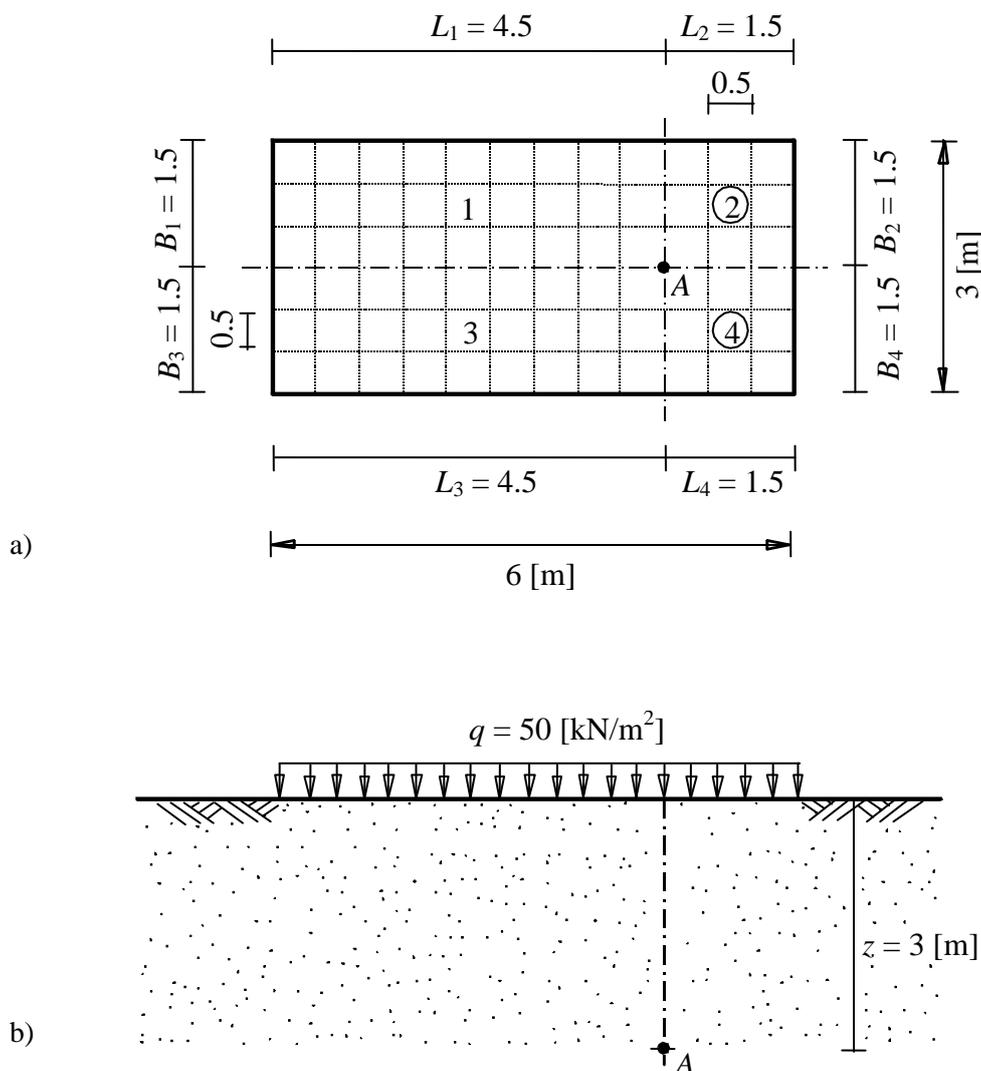


Bild 1 a) Grundriss der belasteten Fläche mit Abmessungen und FE-Netz  
b) Querschnitt durch den Baugrund unter der belasteten Fläche mit Last

## 2 Handberechnung der Bodenspannung

Nach *Das* (1983) kann die Bodenspannung mit Handberechnung wie folgt erhalten werden:

*Newmark* (1935) hat gezeigt, dass die Bodenspannung  $\sigma_z$  in einer Tiefe  $z$  unter der Ecke einer gleichförmig belasteten Rechteckfläche  $L \times B$  gegeben wird mit

$$\sigma_z = q I_\sigma \text{ [kN/m}^2\text{]} \quad (1)$$

wobei  $I_\sigma$  [-] der Einflusskoeffizient der Bodenspannung ist und bestimmt wird mit

$$I_\sigma = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{2 m n \sqrt{m^2 + n^2 + 1}}{m^2 + n^2 + m^2 n^2 + 1} \frac{m^2 + n^2 + 2}{m^2 + n^2 + 1} + \tan^{-1} \frac{2 m n \sqrt{m^2 + n^2 + 1}}{m^2 + n^2 - m^2 n^2 + 1} \right]$$

und  $m = B/z$ ;  $n = L/z$  [-].

Die Bodenspannung  $\sigma_z$  im Punkt *A* kann abgeschätzt werden durch Überlagerung der vier belasteten Rechteckflächen durch Verwendung des Prinzips der Überlagerung, wie im Bild 1 und Gleichung 2 gezeigt.

$$\sigma_z = q (I_{\sigma 1} + I_{\sigma 2} + I_{\sigma 3} + I_{\sigma 4}) \text{ [kN/m}^2\text{]} \quad (2)$$

Die Berechnung der Einflusskoeffizienten für die vier Rechteckflächen wird in der Tabelle 1 gezeigt.

Tabelle 1 Berechnung der Einflusskoeffizienten für die 4 Rechteckflächen

Fläche Nr.	$B$ [m]	$L$ [m]	$z$ [m]	$m = B/z$ [-]	$n = L/z$ [-]	$I_\sigma$ [-]
1	1.5	4.5	3.0	0.5	1.5	0.131
2	1.5	1.5	3.0	0.5	0.5	0.085
3	1.5	4.5	3.0	0.5	1.5	0.131
4	1.5	1.5	3.0	0.5	0.5	0.085

Die Bodenspannung im Punkt *A* erhält man mit

$$\sigma_z = 50 (0.131 + 0.085 + 0.131 + 0.085) = 21.6 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

### 3 Bodenspannung mit dem Programm *ELPLA*

Der Sohldruck der Platte in diesem Beispiel wird gleichförmig auf der Bodenoberfläche verteilt angenommen. Deshalb kann das verfügbare Verfahren "Schlaaffe Platte 9" im Programm *ELPLA* hier verwendet werden, um die Bodenspannung aus einer belasteten Rechteckfläche auf der Bodenoberfläche zu bestimmen. Diese Spannung kann vom Programm *ELPLA* durch die Option "Berechnung der Grenztiefe" erhalten werden. In der Grenztiefenberechnung soll die Bodenspannung gegen die Tiefe unter dem Fundament bestimmt werden. Der Standort der Bodenspannung unter der belasteten Fläche kann in jeder Position im Programm *ELPLA* definiert werden. Hier ist die Position von Punkt *A* durch die Koordinaten  $x = 4.5$  [m] und  $y = 1.50$  [m] definiert. In diesem Beispiel ist nur die Bodenspannung erforderlich. Deshalb können vernünftige Bodenkennwerte definiert werden. Ein Netz von Rechteckelementen ist gewählt. Jedes Element hat eine Abmessung von  $0.5$  [m]  $\times$   $0.5$  [m], wie im Bild 1a gezeigt.

Die vom Programm *ELPLA* errechnete Bodenspannung  $\sigma_z = 21.5$  [kN/m<sup>2</sup>] unter der belasteten Fläche in einer Tiefe  $z = 3$  [m] unter Gelände gleicht fast der Handberechnung.

**Beispiel 2: Überprüfung der Bodenspannung unter einer belasteten Kreisfläche**

**1 Aufgabenstellung**

Zur Überprüfung der Bodenspannung im Punkt *c* unter dem Zentrum einer belasteten Kreisfläche mit dem Programm *ELPLA* wird der Einflusskoeffizient der Bodenspannung  $I_z$  unter dem Zentrum einer belasteten Kreisfläche auf der Bodenoberfläche nach *Scott* (1974), Tabelle 12.2, Seite 287, mit dem Ergebnis von *ELPLA* verglichen.

Eine Flächenlast von  $q = 1000$  [kN/m<sup>2</sup>] wirkt, wie im Bild 2 gezeigt, auf einer schlaffen Kreisfläche mit dem Radius  $r = 5$  [m]. Es soll die lotrechte Spannung unter dem Zentrum *c* der Fläche in verschiedenen Tiefen bis zu  $z = 10$  [m] unter der Bodenoberfläche bestimmt werden.

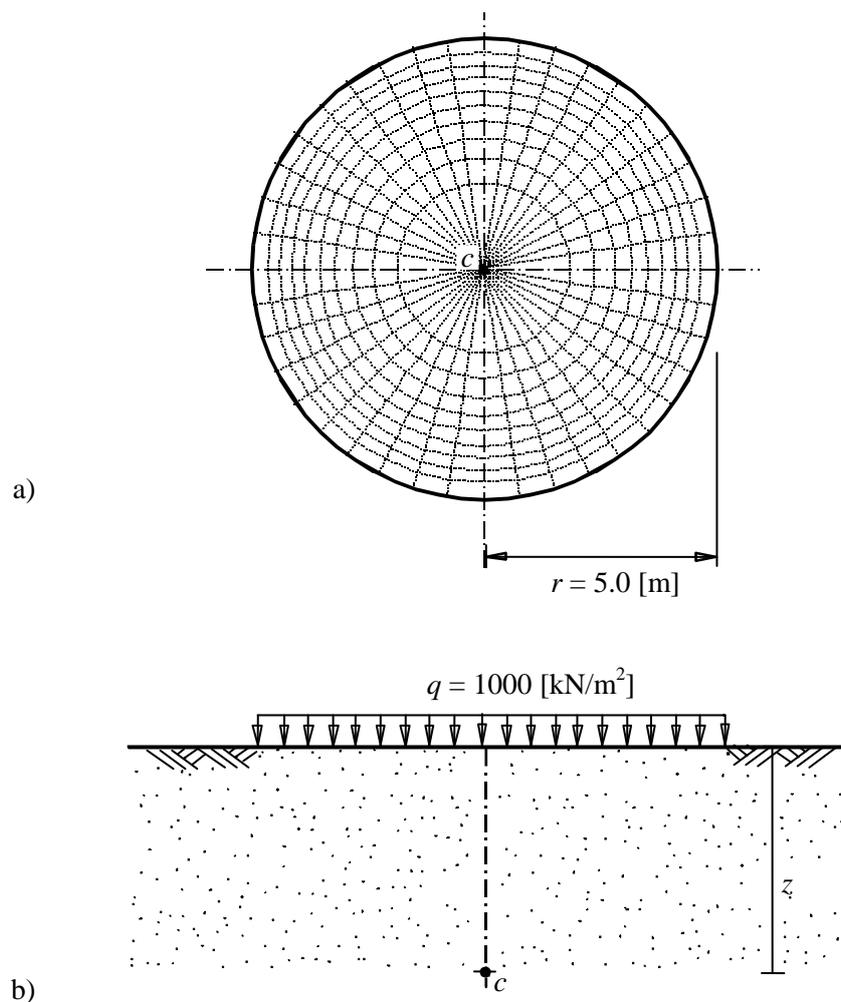


Bild 2 a) Grundriss der belasteten Fläche mit Abmessungen und FE-Netz  
 b) Querschnitt durch den Baugrund unter der belasteten Fläche mit Last

## 2 Handberechnung der Bodenspannung

Nach *Scott* (1974) kann die Bodenspannung unter dem Zentrum einer belasteten Kreisfläche auf der Oberfläche durch Integrieren von *Boussinesqschen* Ausdrücken über der relevanten Fläche bestimmt werden. Die Bodenspannung  $\sigma_z$  [kN/m<sup>2</sup>] in einer Tiefe  $z$  [m] unter dem Zentrum einer gleichförmig belasteten Kreisfläche  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] mit dem Radius  $r$  [m] wird gegeben mit

$$\sigma_z = q I_\sigma \text{ [kN/m}^2\text{]} \quad (3)$$

wobei  $I_\sigma$  [-] der Einflusskoeffizient der Bodenspannung ist; er wird berechnet mit

$$I_\sigma = 1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{3/2}}$$

## 3 Bodenspannung mit dem Programm *ELPLA*

Der Sohldruck der Platte in diesem Beispiel ist bekannt und wird gleichförmig auf der Bodenoberfläche verteilt angenommen. Deshalb kann hier das verfügbare Verfahren "Schlaffe Platte 9" im Programm *ELPLA* verwendet werden, um die Bodenspannung unter der Kreisfläche zu bestimmen. Diese Spannung kann mit dem Programm *ELPLA* durch die Option "Berechnung der Grenztiefe" erhalten werden. In der Grenztiefenberechnung wird die Bodenspannung in der Tiefe unter dem Fundament bestimmt. Der Standort der Bodenspannung unter der belasteten Fläche kann in jeder Position im Programm *ELPLA* definiert werden. In diesem Beispiel ist nur die Bodenspannung erforderlich. Deshalb können vernünftige Bodenkennwerte definiert werden.

Die Einflusskoeffizienten  $I_\sigma$  der Bodenspannung unter dem Zentrum einer gleichförmig belasteten Kreisfläche auf der Bodenoberfläche werden als Rechenergebnisse in der Tabelle 2 gezeigt. Aus dieser Tabelle kann geschlossen werden, dass die Einflusskoeffizienten vom Programm *ELPLA* unter der belasteten Kreisfläche an verschiedenen Tiefen unter der Bodenoberfläche fast gleich denen der Handberechnung nach Gleichung 3 mit Maximaldifferenz von  $\Delta = 0.50$  [%] sind.

Tabelle 2 Einflusskoeffizienten  $I_\sigma$  der Bodenspannung unter dem Zentrum einer gleichförmig belasteten Kreisfläche

$z/r$ [-]	$I_\sigma$ [-]		Diff. $\Delta$ [%]	$z/r$ [-]	$I_\sigma$ [-]		Diff. $\Delta$ [%]
	<i>Scott</i> (1974)	<i>ELPLA</i>			<i>Scott</i> (1974)	<i>ELPLA</i>	
0.0	1.000	1.000	0.00	1.3	0.502	0.501	0.20
0.1	0.999	0.999	0.00	1.4	0.461	0.460	0.22
0.2	0.992	0.992	0.00	1.5	0.424	0.423	0.24
0.3	0.976	0.976	0.00	1.6	0.390	0.389	0.26
0.4	0.949	0.949	0.00	1.7	0.360	0.359	0.28
0.5	0.911	0.910	0.11	1.8	0.332	0.331	0.30
0.6	0.864	0.863	0.12	1.9	0.307	0.306	0.33
0.7	0.811	0.811	0.00	2.0	0.284	0.284	0.00
0.8	0.756	0.755	0.13	2.1	0.264	0.263	0.38
0.9	0.701	0.700	0.14	2.2	0.246	0.245	0.41
1.0	0.646	0.645	0.15	2.3	0.229	0.228	0.44
1.1	0.595	0.594	0.17	2.4	0.214	0.213	0.47
1.2	0.547	0.546	0.18	2.5	0.200	0.199	0.50

### Beispiel 3: Überprüfung der Sofortsetzung einer belasteten Fläche auf dem elastisch-isotropen Halbraum

#### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung der Sofortsetzung (elastische Setzung) einer belasteten Fläche auf dem elastisch-isotropen Halbraum zu überprüfen, werden Ergebnisse der Sofortsetzungsberechnung von *Bowles* (1977), Tabelle 5-4, Seite 157, mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

Die Vertikalverschiebung  $s$  [m] einer belasteten Fläche auf dem homogenen, elastisch-isotropen Halbraum lässt sich ermitteln aus der Gleichung

$$s = \frac{P B (1 - \nu_s^2)}{E_s} I \quad (4)$$

wobei:

- $\nu_s$  Poissonzahl des Bodens [-]
- $E_s$  Steifemodul des Bodens [kN/m<sup>2</sup>]
- $B$  kleinere Seite einer Rechteckfläche oder Durchmesser einer Kreisfläche [m]
- $I$  Setzungseinflusszahl [-], abhängig von der Form der belasteten Fläche
- $p$  Flächenlast auf der Platte [kN/m<sup>2</sup>]

Gleichung 4 kann verwendet werden, um die Sofortsetzung (elastische Setzung) von Boden wie ungesättigtem Ton und Schluff, Sand und Kies sowohl gesättigter als auch ungesättigter und toniger Sande und Kiese abzuschätzen.

Verschiedene belastete Flächen auf einem elastisch-isotropen Halbraum werden gewählt. Die belasteten Flächen sind quadratisch, rechteckig und kreisförmig. Lastenintensität, Abmessungen der Flächen und die elastischen Eigenschaften des Bodens werden so gewählt, dass das erste Glied der Setzungsgleichung 4 gleich 1 gesetzt wird.

Plattenseite oder Durchmesser	$B$	= 10	[m]
Flächenlast auf der Platte	$p$	= 1000	[kN/m <sup>2</sup> ]
Steifemodul des Bodens	$E_s$	= 7500	[kN/m <sup>2</sup> ]
Poissonzahl des Bodens	$\nu_s$	= 0.5	[1]

## 2 Lösung der Aufgabe

Der elastisch-isotrope Halbraum ist nicht direkt für die schlaffe Platte im Programm *ELPLA* verfügbar, aber er kann untersucht werden durch Anwendung des elastisch-isotropen Halbraummodells für die elastische Platte (Verfahren 5) mit der Annahme, dass die Plattendicke  $d = 0.0$  [m] beträgt.

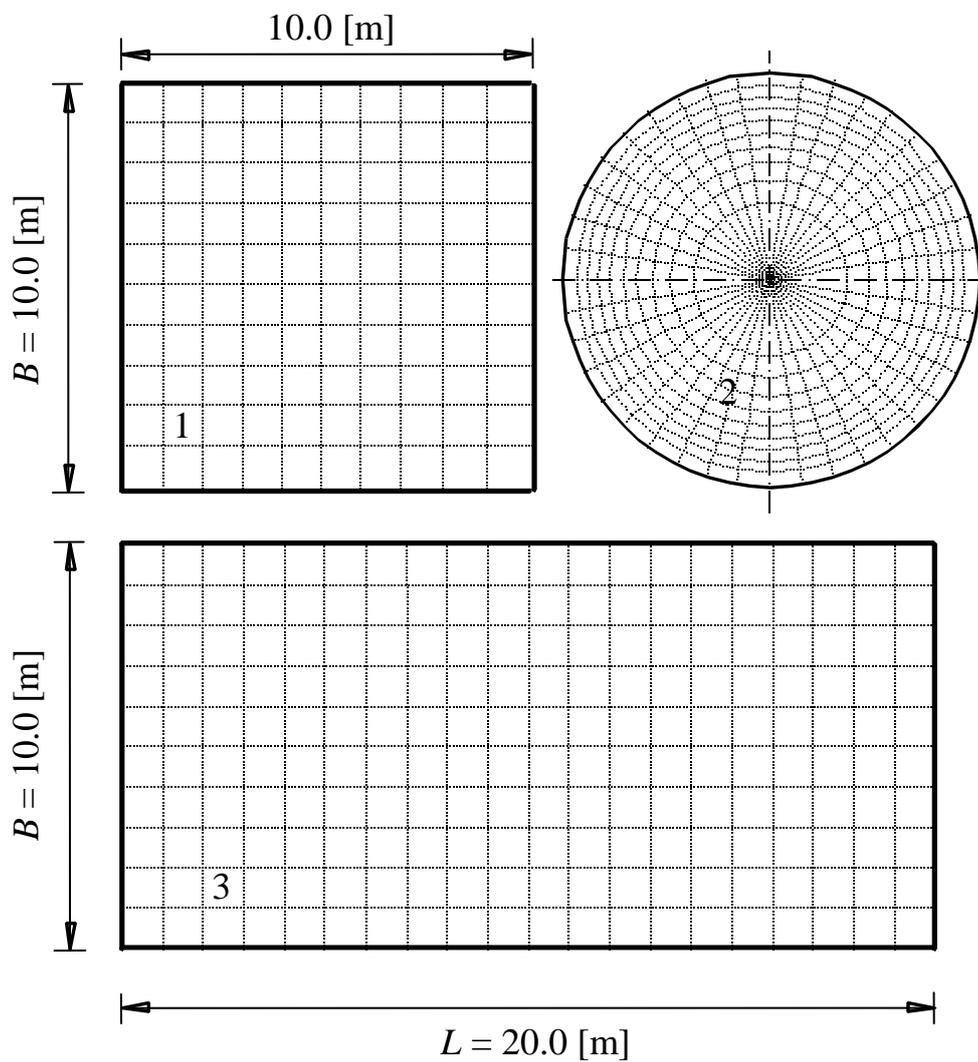


Bild 3 Verschiedene belastete Flächen mit Abmessungen und FE-Netz

### 3 Ergebnisse

Tabelle 3 zeigt im Vergleich den Setzungseinflussfaktor  $I$ , der vom Programm *ELPLA* und nach *Bowles* (1977) erhalten wird, für verschiedene belastete Flächen.

Tabelle 3      Setzungseinflussfaktor  $I$  für verschiedene belastete Flächen  
 Vergleich der Ergebnisse aus dem Programm *ELPLA* und nach *Bowles* (1977)

Setzungseinflussfaktor $I_s$ [-]				
Form der Fläche	Zentrum		Ecke	
	<i>Bowles</i> (1977)	<i>ELPLA</i>	<i>Bowles</i> (1977)	<i>ELPLA</i>
Kreis	1.00	1.00	0.64 (Rand)	0.63 (Rand)
Quadrat	1.12	1.12	0.56	0.56
Rechteck	1.53	1.53	0.77	0.77

Tabelle 3 zeigt, dass die Ergebnisse des Setzungseinflussfaktors  $I_s$ , die von dem Programm *ELPLA* erhalten werden, mit denen von *Bowles* (1977) für alle belasteten Flächen gut übereinstimmen.

#### Beispiel 4: Überprüfung der Sofortsetzung einer belasteten Rechteckfläche auf geschichtetem Baugrund

##### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung der Sofortsetzung (elastische Setzung) einer belasteten Rechteckfläche auf geschichtetem Baugrund überprüfen zu können, werden die Ergebnisse der Sofortsetzungsberechnung von *Graig* (1978), Beispiel 6.4, Seite 175, mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

*Janbu/ Bjerrum/ Kjaernsli* (1956) zeigen eine Berechnung für die durchschnittliche senkrechte Verschiebung unter einer Rechteckfläche mit gleichförmigem Druck  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] auf der Oberfläche einer begrenzten Bodenschicht, in der die *Poissonzahl*  $\nu_s = 0.5$  [-] ist. Die durchschnittliche senkrechte Verschiebung  $s_a$  [m] lässt sich ermitteln aus der Gleichung

$$s_a = m_0 m_1 \frac{q B}{E_s} \quad (5)$$

wobei:

$m_0, m_1$  Koeffizienten für senkrechte Verschiebung [-] nach *Janbu/ Bjerrum/ Kjaernsli* (1956)

$E_s$  Steifemodul des Bodens [kN/m<sup>2</sup>]

$B$  kleinere Seite einer Rechteckfläche [m]

$q$  Flächenlast [kN/m<sup>2</sup>]

Gleichung 5 kann verwendet werden, um die Sofortsetzung (elastische Setzung) von belasteten Flächen auf gesättigten Tonen zu berechnen, die unter undrännierter Bedingung auftritt. Das Prinzip der Überlagerung kann bei Fällen einer Anzahl von Bodenschichten verwendet werden, wobei jede Schicht einen anderen undrännierten Modul  $E_s$  hat.

Ein Fundament  $4 \text{ [m]} \times 2 \text{ [m]}$  mit einem gleichförmigen Druck von  $q = 150 \text{ [kN/m}^2\text{]}$  befindet sich in einer Tiefe  $d_f = 1.0 \text{ [m]}$  in einer Tonschicht  $5.0 \text{ [m]}$  dick. Der undrännierte Modul der Schicht ist  $E_s = 40000 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ . Der Schicht liegt eine zweite Tonschicht mit  $8.0 \text{ [m]}$  Dicke zugrunde. Der undrännierte Modul der zweiten Schicht ist  $E_s = 750000 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ . Eine feste Schicht liegt unterhalb der zweiten Schicht. Sowohl ein Grundriss des Fundaments mit Abmessungen und FE-Netz als auch ein Schnitt durch den Boden unter dem Fundament ist im Bild 4 gezeigt. Es soll die durchschnittliche Sofortsetzung unter dem Fundament bestimmt werden.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

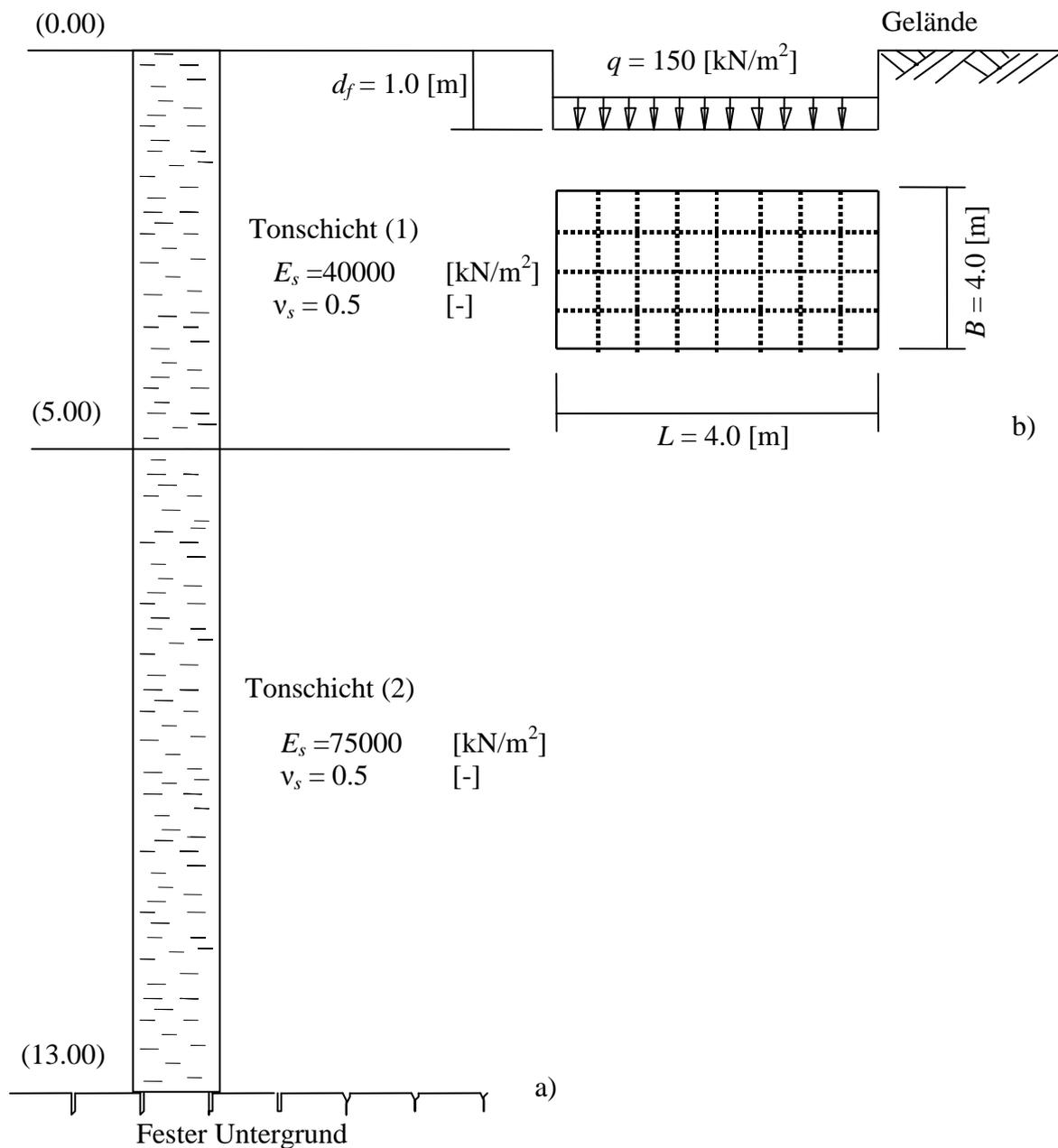


Bild 4 a) Querschnitt durch den Baugrund unter dem Fundament  
b) Grundriss des Fundaments mit Abmessungen und FE-Netz

## 2 Handberechnung der Sofortsetzung

Nach *Graig* (1978) kann die durchschnittliche Sofortsetzung unter dem Fundament mit Handberechnung wie folgt erhalten werden:

Bestimmung des Koeffizienten  $\mu_0$

$$\frac{d_f}{B} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ [-]} \quad \text{und} \quad \frac{L}{B} = \frac{4}{2} = 2 \text{ [-]}$$

Aus den Diagrammen von *Janbu/ Bjerrum/ Kjaernsli (1956)* ergibt sich

$$m y_0 = 0.9 [-]$$

- a) Berücksichtigung der oberen Tonschicht, mit  $E_s = 40000$  [kN/m<sup>2</sup>] und Dicke  $H = 4.0$  [m]

$$\frac{H}{B} = \frac{4}{2} = 2 [-] \quad \text{und} \quad \frac{L}{B} = \frac{4}{2} = 2 [-]$$

$$\text{Dann ist } m y_1 = 0.7 [-]$$

Daher ergibt sich aus Gleichung 5

$$s_{a1} = 0.9 \times 0.7 \times \frac{150 \times 2}{40000} = 0.00475 \text{ [m]} = 0.47 \text{ [cm]}$$

- b) Berücksichtigung der 2 Schichten zusammen, mit  $E_s = 75000$  [kN/m<sup>2</sup>] und  $H = 12.0$  [m]

$$\frac{H}{B} = \frac{12}{2} = 6 [-] \quad \text{und} \quad \frac{L}{B} = \frac{4}{2} = 2 [-]$$

$$\text{Dann ist } m y_1 = 0.9 [-]$$

Daher ergibt sich aus Gleichung 5

$$s_{a2} = 0.9 \times 0.9 \times \frac{150 \times 2}{75000} = 0.0032 \text{ [m]} = 0.32 \text{ [cm]}$$

- c) Berücksichtigung der oberen Schicht, mit  $E_s = 75000$  [kN/m<sup>2</sup>] und Dicke  $H = 4.0$  [m]

$$\frac{H}{B} = \frac{4}{2} = 2 [-] \quad \text{und} \quad \frac{L}{B} = \frac{4}{2} = 2 [-]$$

$$\text{Dann ist } m y_1 = 0.7 [-]$$

Daher ergibt sich aus Gleichung 5

$$s_{a3} = 0.9 \times 0.7 \times \frac{150 \times 2}{75000} = 0.0025 \text{ [m]} = 0.25 \text{ [cm]}$$

Deshalb wird das Prinzip der Überlagerung verwendet, die durchschnittliche Sofortsetzung  $s_a$  des Fundaments errechnet sich mit

$$s_a = s_{a1} + s_{a2} - s_{a3} = 0.47 + 0.32 - 0.25 = 0.54 \text{ [cm]}$$

Für die rechteckige schlanke Platte ist die durchschnittliche Setzung  $s_a$  gleich 0.85. Daraus errechnet sich die zentrale Setzung  $s_c$  des Fundaments

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

$$s_c = \frac{1}{0.85} s_a = \frac{0.54}{0.85} = 0.64 \text{ [cm]}$$

*Christian/ Carrier* (1978) haben eine kritische Auswertung der Faktoren  $\mu_0$  und  $\mu_1$  von *Janbu/ Bjerrum/ Kjaernsli* (1956) durchgeführt. Die Ergebnisse wurden in graphischer Form gezeigt. Die interpolierten Werte von  $\mu_0$  und  $\mu_1$  dieser Graphen werden in der Tabelle 4 gezeigt. Die durchschnittliche Setzung  $s_c$  entsprechend dieser Tabelle ist  $s_c = 0.60$  [cm].

Tabelle 4 Faktoren  $\mu_0$  und  $\mu_1$  nach *Christian/ Carrier* (1978)

Variation von  $\mu_0$  mit  $d_f/B$

$d_f/B$	$\mu_0$
0	1.0
2	0.9
4	0.88
6	0.875
8	0.87
10	0.865
12	0.863
14	0.860
16	0.856
18	0.854
20	0.850

Variation von  $\mu_1$  mit  $L/B$

$H/B$	Kreis	$L/B$				
		1	2	5	10	4
1	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36
2	0.47	0.53	0.63	0.64	0.64	0.64
4	0.58	0.63	0.82	0.94	0.94	0.94
6	0.61	0.67	0.88	1.08	1.14	1.16
8	0.62	0.68	0.90	1.13	1.22	1.26
10	0.63	0.70	0.92	1.18	1.30	1.42
20	0.64	0.71	0.93	1.26	1.47	1.74
30	0.66	0.73	0.95	1.29	1.54	1.8

### 3 Sofortsetzung mit dem Programm *ELPLA*

Das verfügbare Verfahren "Schlaffe Platte 9" im Programm *ELPLA* kann hier verwendet werden, um die Sofortsetzung unter dem Zentrum des Fundaments zu bestimmen. Es wird ein Netz von Quadratelementen gewählt. Jedes Element hat eine Kantenlänge von 0.5 [m] wie im Bild 4b gezeigt. Es kann deutlich bemerkt werden, dass die Sofortsetzung vom Programm *ELPLA* unter dem Zentrum des Fundaments  $s_a = 0.65$  [cm] fast übereinstimmt mit der Handberechnung.

**Beispiel 5: Überprüfung der Sofortsetzung eines belasteten Kreistanks auf geschichtetem Baugrund**

**1 Aufgabenstellung**

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung der Sofortsetzung (elastische Setzung) einer belasteten Kreisfläche auf geschichtetem Baugrund zu überprüfen, werden die Sofortsetzungen im Zentrum eines Tanks von *Das* (1983), Beispiel 6.2, Seite 354, mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

Ein Kreistank von 3.0 [m] Durchmesser wird betrachtet, wie im Bild 5 gezeigt. Es wird angenommen, dass die Basis des Tanks schlaff ist und einen gleichförmigen Sohldruck von  $q = 100$  [kN/m<sup>2</sup>] hat. Eine Sandschicht 9.0 [m] dick befindet sich unter dem Tank. Der Elastizitätsmodul von Sand ist  $E_s = 21000$  [kN/m<sup>2</sup>], während die *Poissonzahl*  $\nu_s = 0.3$  [-] ist. Es soll die Sofortsetzung im Zentrum des Tanks für zwei Fälle bestimmt werden:

- a) Berücksichtigung des zugrunde liegenden Bodens als eine Schicht von 9.0 [m] Dicke
- b) Unterteilung des zugrunde liegenden Bodens in drei Schichten mit gleicher Dicke von 3.0 [m]

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

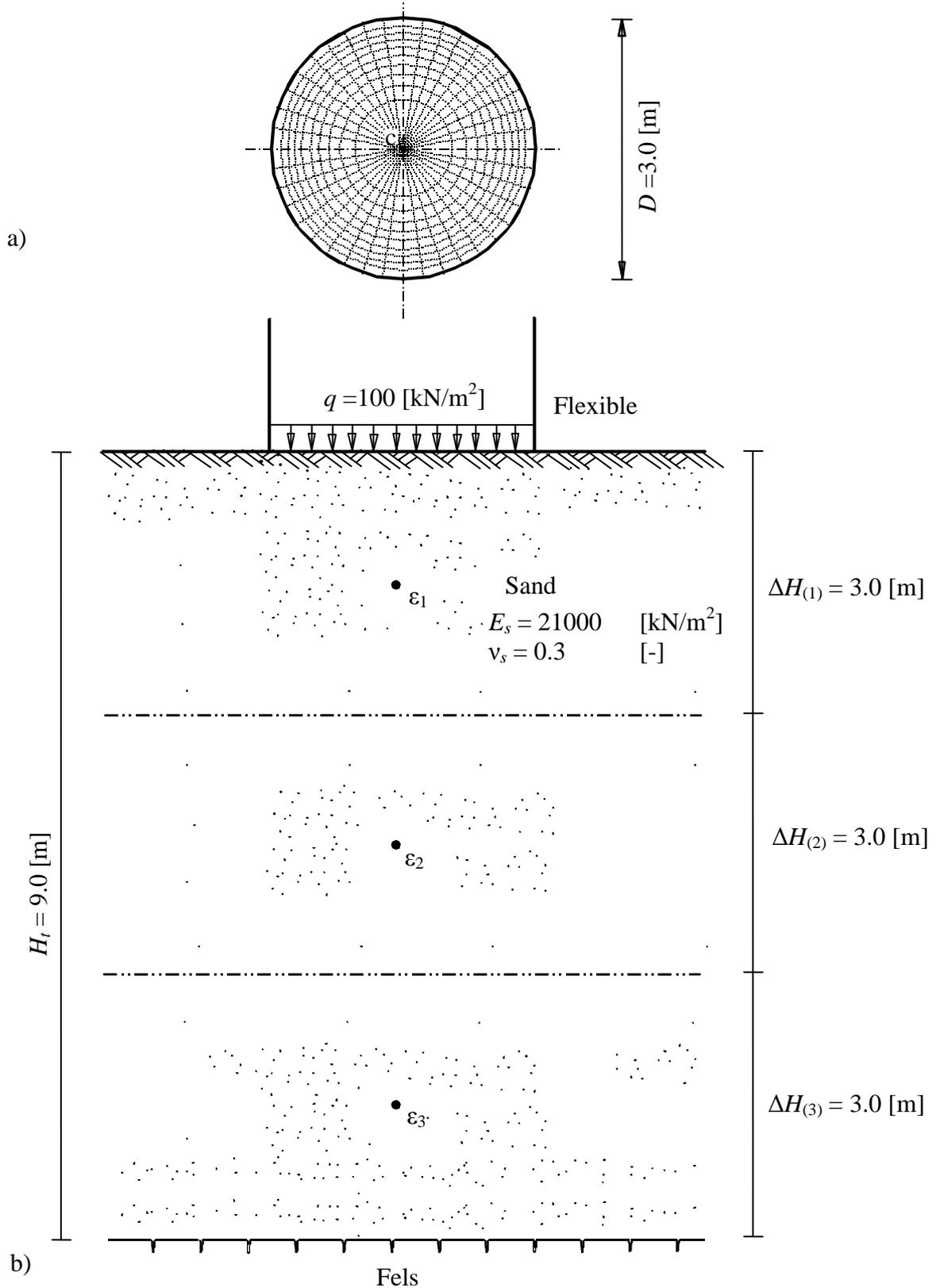


Bild 5

a) Grundriss des Tanks mit Abmessungen und FE-Netz  
 b) Querschnitt durch den Baugrund unter dem Tank

## 2 Handberechnung der Sofortsetzung

Nach *Das* (1983) kann die Sofortsetzung unter dem Zentrum des Tanks mit Handberechnung wie folgt erhalten werden:

- a) Berücksichtigung des zugrunde liegenden Bodens als eine Schicht von 9.0 [m] Dicke

Die Vertikalverschiebung  $s_e$  [m] unter dem Zentrum einer belasteten Kreisfläche in einer Tiefe  $z$  [m] von der Bodenoberfläche lässt sich ermitteln aus der Gleichung

$$s_e = q \frac{1 + \nu_s}{E_s} r \left[ \frac{z}{r} I_1 + (1 - \nu_s) I_2 \right] \quad (6)$$

wobei:

$I_1, I_2$  Koeffizienten [-] der Vertikalverschiebung (Funktion von  $z/r$  und  $s/r$ )  
nach *Ahlin/ Ulery* (1962)

$\nu_s$  *Poissonzahl* des Bodens [-]

$E_s$  *Elastizitätsmodul* des Bodens [kN/m<sup>2</sup>]

$r$  *Radius* der Kreisfläche [m]

$q$  *Flächenlast* [kN/m<sup>2</sup>]

$s$  *Abstand* vom Zentrum der Kreisfläche [m]

### Setzung an der Bodenoberfläche $s_e(z=0)$

An der Bodenoberfläche  $z/r = 0$  und  $s/r = 0$ . Dann,  $I_1 = 1$  und  $I_2 = 2$

$$s_{e(z=0)} = 100 \frac{1 + 0.3}{21000} 1.5 [0 + (1 - 0.3) 2] = 0.013 \text{ [m]}$$

### Setzung in einer Tiefe $z = 9.0$ [m] von der Bodenoberfläche $s_e(z=9)$

Für  $z/r = 9/1.5 = 6$  und  $s/r = 0$ . Dann,  $I_1 = 0.01361$  und  $I_2 = 0.16554$

$$s_{e(z=9)} = 100 \frac{1 + 0.3}{21000} 1.5 \left[ \frac{9}{1.5} 0.0136 + (1 - 0.3) 0.16554 \right] = 0.00183 \text{ [m]}$$

Die Sofortsetzung  $s_e$  wird berechnet durch

$$s_e = s_{e(z=0)} - s_{e(z=9)} = 0.0130 - 0.00183 = 0.01117 \text{ [m]}$$

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

- b) Unterteilung des zugrunde liegenden Bodens in drei Schichten mit gleicher Dicke von 3.0 [m]

Eine andere allgemeine Methode zur Abschätzung der Sofortsetzung ist die Unterteilung des zugrunde liegenden Bodens in  $n$  Schichten von finiter Dicke  $\Delta H_{(i)}$ . Wenn die Stauchung  $\varepsilon_{z(i)}$  an der Mitte jeder Schicht berechnet werden kann, ergibt sich die Gesamtsofortsetzung  $s_e$  [m] als

$$s_e = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta H_{(i)} \varepsilon_{z(i)} \quad (7)$$

Die Stauchung  $\varepsilon_z$  in der Mitte der Schicht errechnet sich mit

$$\varepsilon_z = q \frac{1 + \nu_s}{E_s} [(1 - 2\nu_s) A' + B'] \quad (8)$$

wobei:

$A'$ ,  $B'$  Koeffizienten [-] der Vertikalverschiebung (Funktion von  $z/r$  und  $s/r$ ) nach *Ahlvin/ Ulery* (1962)

### Schicht (1)

Für  $z/r = 1.5/1.5 = 1$  und  $s/r = 0$ . Dann  $A' = 0.29289$  und  $B' = 0.35355$

$$\varepsilon_{z(1)} = 100 \frac{1 + 0.3}{21000} [(1 - 2 \times 0.3) 0.29289 + 0.35355] = 0.00291 \text{ [m]}$$

### Schicht (2)

Für  $z/r = 4.5/1.5 = 3$  und  $s/r = 0$ . Dann  $A' = 0.05132$  und  $B' = 0.09487$

$$\varepsilon_{z(2)} = 100 \frac{1 + 0.3}{21000} [(1 - 2 \times 0.3) 0.05132 + 0.09487] = 0.00071 \text{ [m]}$$

### Schicht (3)

Für  $z/r = 7.5/1.5 = 5$  und  $s/r = 0$ . Dann  $A' = 0.01942$  und  $B' = 0.03772$

$$\varepsilon_{z(3)} = 100 \frac{1 + 0.3}{21000} [(1 - 2 \times 0.3) 0.01942 + 0.03772] = 0.00028 \text{ [m]}$$

Die letzten Schritte in der Berechnung sind in der Tabelle 5 gelistet.

Tabelle 5 Letzte Schritte in der Berechnung der Sofortsetzung  $s_e$

Schicht Nr.	Dicke der Schicht $\Delta H_{(i)}$ [m]	Stauchung Zentrum der Schicht $\varepsilon_{z(i)}$ [-]	Sofortsetzung $s_{e(i)}$ [m]
1	3.0	0.00291	0.00873
2	3.0	0.00071	0.00213
3	3.0	0.00028	0.00084
Gesamtsofortsetzung $s_e = \sum$			0.0117

### 3 Sofortsetzung mit dem Programm *ELPLA*

Der Tank ruht auf einer Schicht von Sand. Allerdings genügt es im Programm *ELPLA*, die Sandschicht als ein Ganzes zu berücksichtigen, aber die Sofortsetzung soll zweimal berechnet werden. Die erste Berechnung erfolgt mit Berücksichtigung des zugrunde liegenden Bodens als eine Schicht von 9.0 [m] Dicke. Die zweite Berechnung mit Unterteilung des zugrunde liegenden Bodens in drei Schichten mit gleicher Dicke von 3.0 [m]. Die Sofortsetzung unter dem Zentrum des Tanks in beiden Fällen der Berechnungen wird mit denen von *Das* (1983) in der Tabelle 6 verglichen. Der Sohldruck des Tanks in diesem Beispiel ist bekannt, es wird auch die Tankbasis als schlaff berücksichtigt. Deshalb kann das verfügbare Verfahren "Schlaffe Platte 9" im Programm *ELPLA* hier verwendet werden, um die Sofortsetzung der Sandschicht zu bestimmen.

Tabelle 6 Vergleich der Sofortsetzungen  $s_e$  [cm] aus dem Programm *ELPLA* mit denen von *Das* (1983)

Berechnung	$s_e$ [cm]	
	<i>Das</i> (1983)	<i>ELPLA</i>
Eine Schicht von 9.0 [m] Dicke	1.117	1.115
3 Schichten mit gleicher Dicke von 3.0 [m]	1.170	1.115

Tabelle 6 zeigt, dass die Ergebnisse der Sofortsetzung vom Programm *ELPLA* und die von *Das* (1983) für die beiden Fälle gut übereinstimmen.

**Beispiel 6: Überprüfung der Konsolidationssetzung unter einer Rechteckplatte**

**1 Aufgabenstellung**

Zur Überprüfung der Berechnung der Konsolidationssetzung mit dem Programm *ELPLA* werden die Ergebnisse nach *Graig* (1978), Beispiel 7.2, Seite 186, mit den von *ELPLA* errechneten verglichen.

Ein Gebäude mit der Plattengröße 45 [m] × 30 [m] wird berücksichtigt. Es wird angenommen, dass der Sohldruck gleichförmig verteilt ist, er wird mit  $q = 125 \text{ [kN/m}^2\text{]}$  angesetzt. Die Schichtenverläufe werden im Bild 6 gezeigt. Der Koeffizient der Volumenänderung für den Ton ist  $m_v = 0.35 \text{ [m}^2\text{/MN]}$ . Es soll die Endsetzung unter dem Zentrum der Platte aufgrund der Konsolidierung des Tons bestimmt werden.

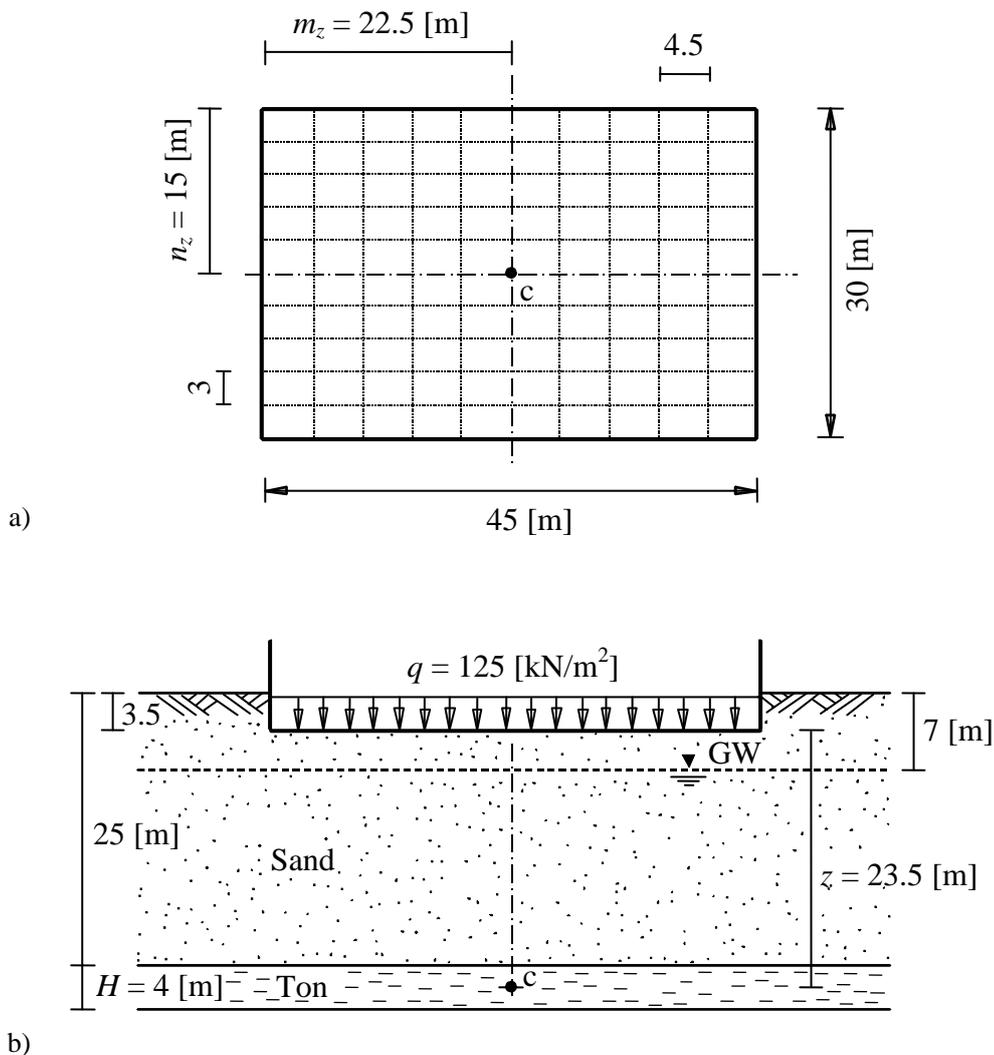


Bild 6 a) Grundriss der Platte mit Abmessungen und FE-Netz  
b) Querschnitt durch den Baugrund unter der Platte mit Last

## 2 Handberechnung der Konsolidierung

Nach *Graig* (1978) kann die Konsolidierung der Tonschicht mit Handberechnung wie folgt erhalten werden:

Die Tonschicht ist dünn verglichen mit den Abmessungen der Platte. Deshalb kann angenommen werden, dass die Konsolidierung ungefähr eindimensional ist. In diesem Fall reicht es, die Tonschicht als ein Ganzes zu berücksichtigen. Die Konsolidationssetzung soll bezüglich  $m_v$  berechnet werden. Deshalb ist nur das wirksame Spannungsinkrement in der Mitteltiefe der Schicht erforderlich. Es wird konstant über der Tiefe der Schicht angenommen. Auch ist  $\Delta\sigma' = \Delta\sigma$  für eindimensionale Konsolidierung und kann aus den Diagrammen von *Fadum* (1948), Bild 7, abgeschätzt werden.

Das wirksame Spannungsinkrement der Mitteltiefe  $z = 23.5$  [m] der Schicht unterhalb des Zentrums der Platte wird wie folgt erhalten

$$m = \frac{m_z}{z} = \frac{22.5}{23.5} = 0.96 [-]$$

$$n = \frac{n_z}{z} = \frac{15}{23.5} = 0.64 [-]$$

aus den Diagrammen von *Fadum* (1948) ergibt sich

$$I_r = 0.14 [-]$$

Die wirksame Spannung  $\Delta\sigma'$  wird wie folgt erhalten

$$\Delta\sigma' = 4 I_r q = 4 \times 0.14 \times 125 = 70 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

Die End-Konsolidationssetzung  $s_c$  wird wie folgt erhalten

$$s_c = \Delta\sigma' m_v H = 0.35 \times 70 \times 4 = 98 \text{ [mm]} = 9.8 \text{ [cm]}$$

## 3 Berechnung der Konsolidierung mit dem Programm *ELPLA*

Die Platte ruht auf zwei unterschiedlichen Bodenschichten. Die erste Schicht ist Sand von 21.5 [m] Mächtigkeit, während die zweite darunter liegende Tonschicht nur 4.0 [m] mächtig ist, wie im Bild 6 gezeigt. Da nur die Setzung aufgrund der Konsolidierung des Tons bestimmt werden soll, kann die Setzung für den Sand durch die Annahme eines sehr großen Wertes für den Steifemodul  $E_{s1}$  beim Sand entfernt werden. Folglich neigt die Setzung zu null. Die Setzung aufgrund des Sandes wird fast gleich null, wenn zum Beispiel  $E_{s1} = 1 \times 10^{20}$  [kN/m<sup>2</sup>] ist.

Der Steifemodul  $E_{s2}$  von Ton ergibt sich dann aus dem Koeffizienten der Volumenänderung  $m_v$

$$E_{s2} = \frac{1}{m_v} = \frac{1}{0.35} = 2.857 \text{ [MN/m}^2\text{]} = 2857 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Weil die Setzung nur in der lotrechten Richtung berücksichtigt wird, wird die *Poissonzahl* für den Ton mit  $\nu_s = 0.0$  [-] angenommen.

Der Sohldruck der Platte in diesem Beispiel ist bekannt. Auch ist eine Plattensteifigkeit nicht erforderlich. Deshalb kann hier das verfügbare Verfahren "Schlaffe Platte 9" im Programm *ELPLA* verwendet werden, um die Konsolidationssetzung des Tons zu bestimmen. Ein grobes FE-Netz kann hier gewählt werden, wobei mehr Details über die Ergebnisse nicht erforderlich sind, nur die Setzung unter dem Zentrum der Platte aufgrund der Konsolidierung des Tons. Ein Netz von gleichen Elementen ist gewählt. Jedes Element hat Abmessungen von 3 [m]  $\times$  4.5 [m], wie im Bild 6a gezeigt. Es kann festgestellt werden, dass die End-Konsolidationssetzung des Tons, gerechnet mit dem Programm *ELPLA*, unter dem Zentrum der Platte  $s_c = 9.8$  [cm] beträgt, also gleich der Handberechnung ist.

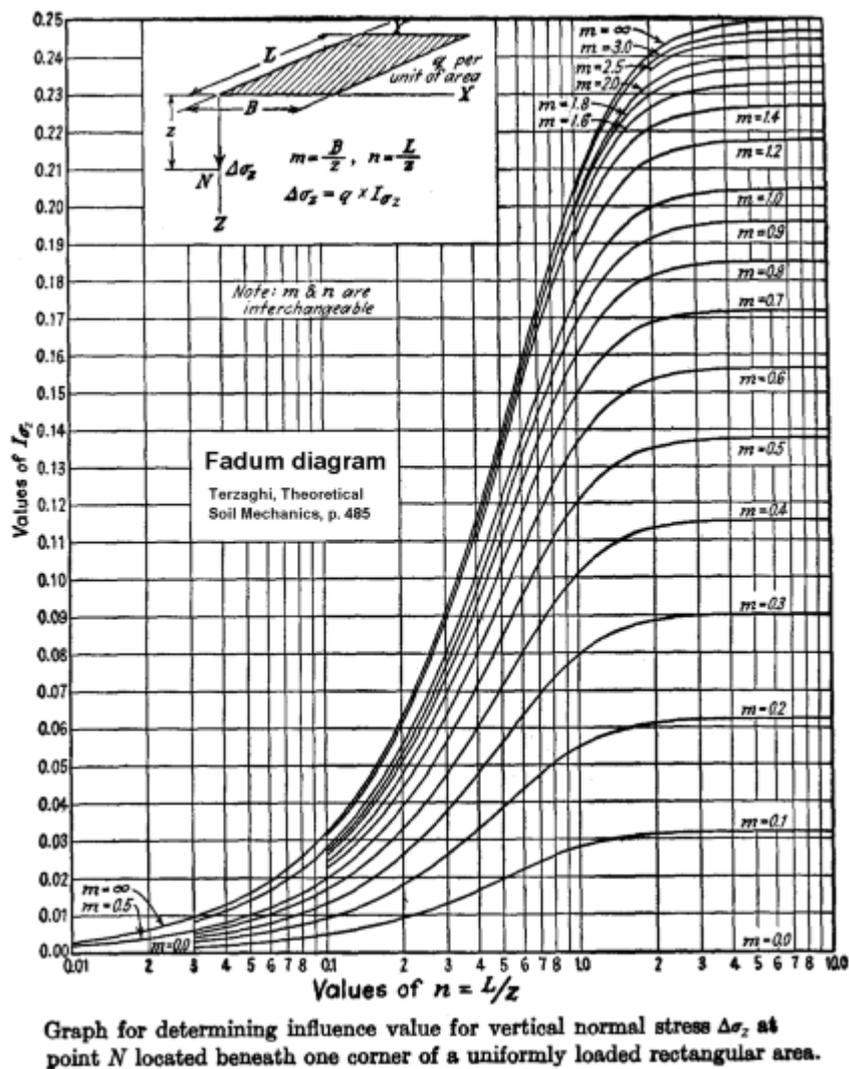


Bild 7

Diagramm von *Fadum* nach *Terzaghi* (1970)

**Beispiel 7: Überprüfung der Konsolidationssetzung unter einem Kreisfundament****1 Aufgabenstellung**

Zur Überprüfung der Berechnung der Konsolidationssetzung mit dem Programm *ELPLA* wird die Konsolidationssetzung einer Tonschicht unter einem Kreisfundament nach *Das* (1983), Beispiel 6.3, Seite 371, mit den Ergebnissen von *ELPLA* verglichen.

Ein Kreisfundament von 2 [m] Durchmesser in einer Tiefe von 1.0 [m] unter Gelände wird berücksichtigt, wie im Bild 8 gezeigt. Das Grundwasser liegt 1.5 [m] tief unter Gelände. Es wird angenommen, dass der Sohldruck gleichförmig verteilt ist, er wird mit  $q = 150$  [kN/m<sup>2</sup>] angesetzt. Eine einfach verdichtete Tonschicht von 5 [m] Dicke liegt in einer Tiefe von 2.0 [m] unter der Bodenoberfläche. Die Schichtenverläufe sind im Bild 8 dargestellt, während die Bodenkennwerte in der Tabelle 7 gezeigt werden. Es soll die Endsetzung unter dem Zentrum des Fundaments aufgrund der Konsolidierung des Tons bestimmt werden.

Tabelle 7 Bodenkennwerte

Schicht Nr.	Benennung des Bodens	Tiefe der Schicht unter Gelände $z$ [m]	Wichte des Bodens $\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]	Kompressionsbeiwert $C_c$ [-]	Porenzahl $e_o$ [-]
1	Sand	1.5	17.00	-	-
2	Sand	2.0	9.19	-	-
3	Ton	7.0	8.69	0.16	0.85

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

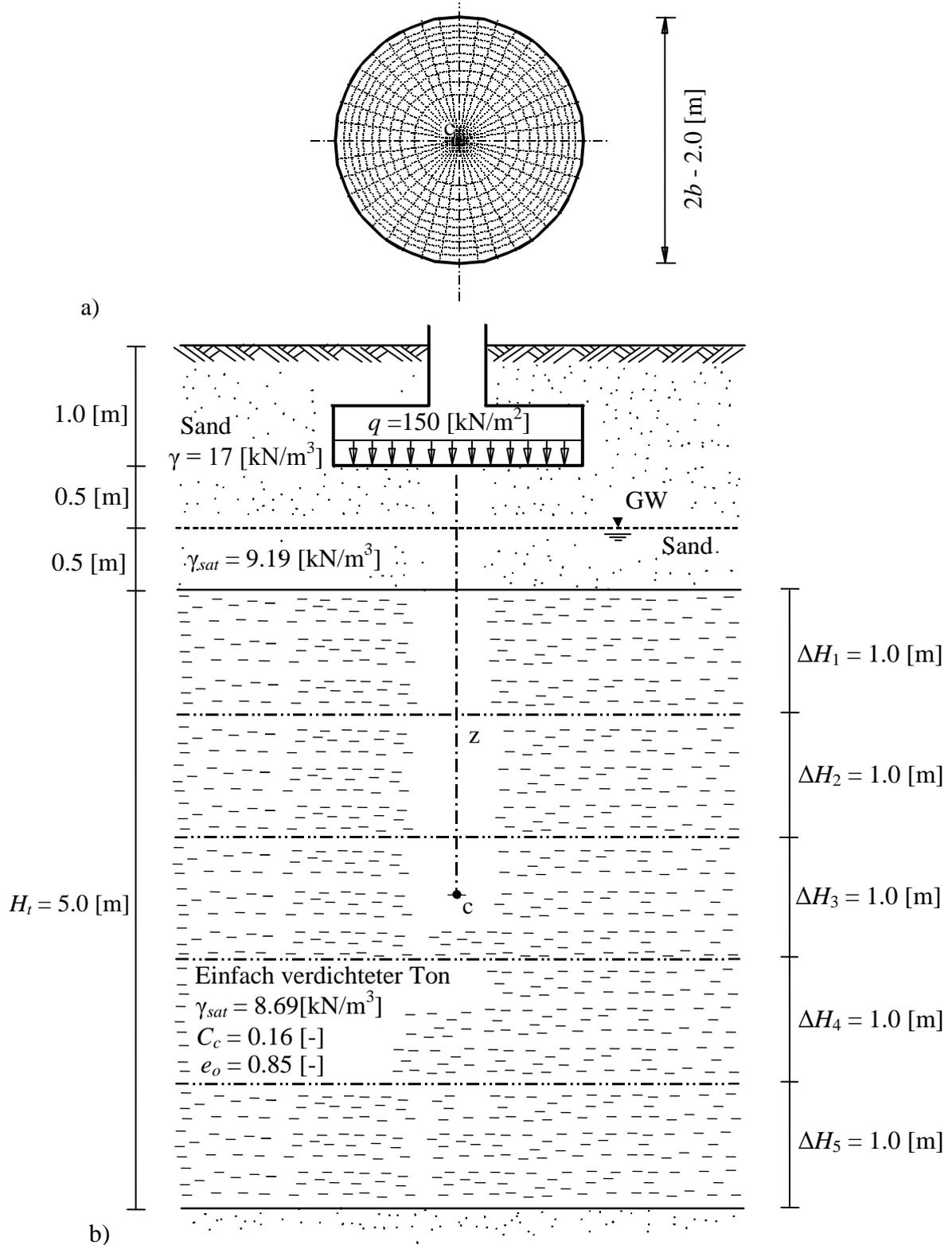


Bild 8 a) Grundriss des Fundaments mit Abmessungen und FE-Netz  
b) Querschnitt durch den Baugrund unter dem Fundament mit Last

## 2 Handberechnung der Konsolidierung

Nach *Das* (1983) erhält man die Konsolidierung der Tonschicht mit Handberechnung wie folgt:

Die Tonschicht ist dick, verglichen mit den Abmessungen des Fundaments. Deshalb wird die Tonschicht in fünf Schichten eingeteilt, jede Schicht ist 1.0 [m] dick.

### Berechnung der wirksamen Spannung $\sigma'_{o(1)}$

Die wirksame Spannung  $\sigma'_{o(1)}$  in der Mitte der ersten Schicht ist

$$\sigma'_{o(1)} = \gamma_1 z_1 + \gamma_2 z_2 + \gamma_3 \frac{\Delta H_1}{2}$$

$$\sigma'_{o(1)} = 17 \times 1.5 + 9.19 \times 0.5 + 8.69 \times \frac{1}{2} = 34.44 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

Die wirksame Spannung  $\sigma'_{o(2)}$  in der Mitte der zweiten Schicht ist

$$\sigma'_{o(2)} = \sigma'_{o(1)} + \gamma_3 \left( \frac{\Delta H_1}{2} + \frac{\Delta H_2}{2} \right)$$

$$\sigma'_{o(2)} = 34.44 + 8.69 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 43.13 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

Ebenso ist

$$\sigma'_{o(3)} = 43.13 + 8.69 = 51.82 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

$$\sigma'_{o(4)} = 51.82 + 8.69 = 60.51 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

$$\sigma'_{o(5)} = 60.51 + 8.69 = 69.20 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

**Berechnung des wirksamen Spannungsinkrements  $\Delta\sigma'_i$**

Für eine belastete Kreisfläche mit Radius  $b$  und Last  $q$  wird das wirksame Spannungsinkrement  $\Delta\sigma'_i$  unter dem Zentrum in einer Tiefe  $z$  bei Das (1983) folgendermaßen angegeben:

$$\Delta\sigma'_i = q \left( 1 - \frac{1}{\left[ \left( \frac{b}{z} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right) \quad (9)$$

Damit ergibt sich

$$\Delta\sigma'_1 = 150 \left( 1 - \frac{1}{\left[ \left( \frac{1}{1.5} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right) = 63.59 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

$$\Delta\sigma'_2 = 150 \left( 1 - \frac{1}{\left[ \left( \frac{1}{2.5} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right) = 29.93 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

$$\Delta\sigma'_3 = 150 \left( 1 - \frac{1}{\left[ \left( \frac{1}{3.5} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right) = 16.66 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

$$\Delta\sigma'_4 = 150 \left( 1 - \frac{1}{\left[ \left( \frac{1}{4.5} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right) = 10.46 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

$$\Delta\sigma'_5 = 150 \left( 1 - \frac{1}{\left[ \left( \frac{1}{5.5} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right) = 7.14 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

**Berechnung der Konsolidationssetzung  $s_c$**

Die Schritte zur Berechnung der Konsolidationssetzung  $s_c$  werden in Tabelle 8 und Bild 9 gezeigt.

Tabelle 8 Schritte zur Berechnung der Konsolidationssetzung  $s_c$

Schicht Nr.	Dicke der Schicht $\Delta H_i$ [m]	Wirksame Spannung $\sigma'_{o(i)}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	Wirksames Spannungskrement $\Delta\sigma'_i$ [kN/m <sup>2</sup> ]	Abnahme der Porenzahl $\Delta e_{(i)}$ [-]	Konsolidationssetzung $s_{c(i)}$ [m]
1	1.0	34.44	63.59	0.07270	0.0393
2	1.0	43.13	29.93	0.03660	0.0198
3	1.0	51.82	16.66	0.01940	0.0105
4	1.0	60.51	10.46	0.01110	0.0060
5	1.0	69.20	7.14	0.00682	0.0037
Gesamtkonsolidationssetzung $\Sigma$					0.0793

In der Tabelle 8 wurden die Abnahme der Porenzahl  $\Delta e_{(i)}$  und die Konsolidationssetzung  $s_{c(i)}$  durch die Gleichungen 10 und 11 errechnet.

$$\Delta e_{(i)} = c_c \log\left(\frac{\sigma'_{o(i)} + \Delta\sigma'_{o(i)}}{\sigma'_{o(i)}}\right) \quad (10)$$

$$s_{c(i)} = \frac{\Delta e_{(i)}}{1 + e_o} \Delta H_{(i)} \quad (11)$$

Die Gesamtkonsolidationssetzung aus Handberechnung ist nach Tabelle 8

$$s_c = 0.0793 \text{ [m]} = 7.93 \text{ [cm]}$$

### 3 Berechnung der Konsolidationssetzung mit dem Programm *ELPLA*

Unter dem Fundament befinden sich zwei verschiedene Bodenschichten. Die erste Schicht ist Sand mit 2.0 [m] Mächtigkeit, während die zweite Schicht aus Ton mit 5.0 [m] Mächtigkeit besteht, wie im Bild 9 gezeigt. Da nur die Setzung aufgrund der Konsolidierung des Tons bestimmt werden soll, kann die Setzung beim Sand durch die Annahme eines sehr großen Wertes für den Steifemodul von Sand  $E_{s1}$  klein gehalten werden. Folglich neigt die Setzung aufgrund des Sandes zu null. Sie wird fast gleich null, wenn zum Beispiel  $E_{s1} = 1 \times 10^{20}$  [kN/m<sup>2</sup>] ist. Im Programm *ELPLA* genügt es, die Tonschicht als ein Ganzes zu berücksichtigen. Die Konsolidationssetzung soll berechnet werden in Bezug auf Kompressionsbeiwert  $C_c$  und Anfangsporenzahl des Bodens  $e_o$ . Der Sohldruck der Platte in diesem Beispiel ist bekannt. Auch ist die Plattenstarrheit nicht erforderlich. Deshalb kann das verfügbare Verfahren "Schlaffe Platte 9" im Programm *ELPLA* hier verwendet werden, um die Konsolidationssetzung des Tons zu bestimmen. Die wirksame Spannung  $\sigma'_o$  und das wirksame Spannungsinkrement  $\Delta\sigma'$  in der Mitteltiefe der Tonschicht (Tabelle 8) können vom Programm *ELPLA* auch durch die Option "Berechnung der Grenztiefe" erhalten werden. Mit einer Grenztiefenberechnung wird die Bodenspannung in der Tiefe unter dem Fundament bestimmt. Die wirksame Spannung  $\sigma'_o$  und das wirksame Spannungsinkrement  $\Delta\sigma'$  gegen die Tiefe werden von *ELPLA* gerechnet und mit denen einer Handberechnung (Bild 9) geplottet und verglichen. Die End-Konsolidationssetzung des Tons unter dem Zentrum des Fundaments  $s_c = 8.09$  [cm], errechnet vom Programm *ELPLA*, gleicht fast der aus der Handberechnung.

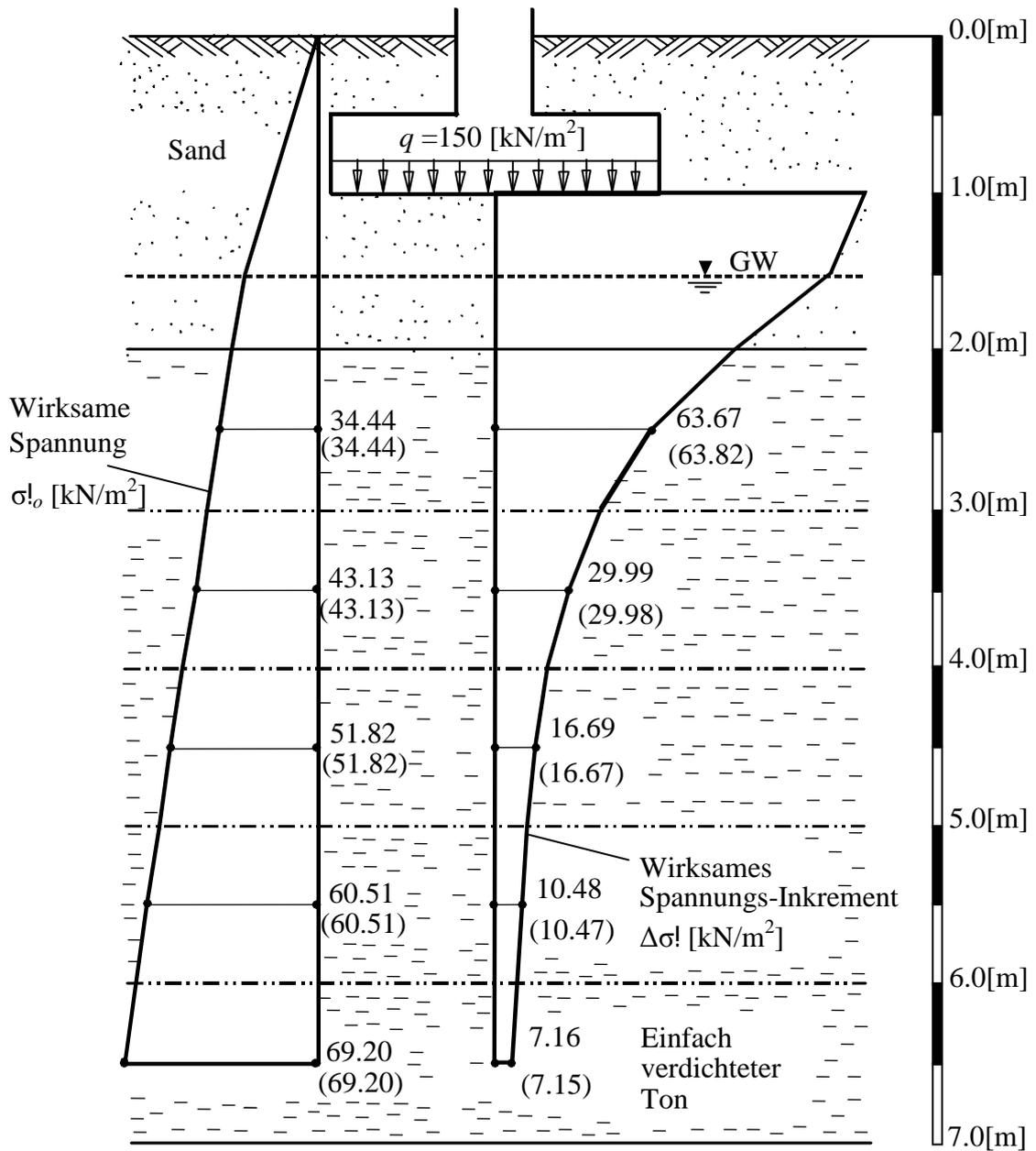


Bild 9      Wirksame Spannung  $\sigma!_o$  [kN/m²]  
 und wirksames Spannungsinkrement  $\Delta\sigma!$  [kN/m²]  
 (Ergebnisse  $\Delta\sigma!$  gerechnet mit *ELPLA*, Handberechnung in Klammern)

## Beispiel 8: Überprüfung einer starren Quadratplatte auf elastisch-isotropem Halbraum

### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für starre Quadratplatten zu überprüfen, werden die Ergebnisse von analytischen Lösungen nach *Kany* (1974), *Fraser/ Wardle* (1976), *Chow* (1987), *Li/ Dempsey* (1988) und *Stark* (1990), Abschnitt 5.4, Seite 114, mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

Die Vertikalverschiebung  $w$  [m] einer starren Quadratplatte auf dem homogenen, elastisch-isotropen Halbraum lässt sich ermitteln aus der Gleichung

$$W = \frac{P B (1 - \nu_s^2)}{E_s} I \quad (12)$$

wobei:

$\nu_s$	<i>Poissonzahl</i> des Bodens [-]
$E_s$	Elastizitätsmodul des Bodens [kN/m <sup>2</sup> ]
$B$	Plattenlänge [m]
$I$	Verschiebungseinflusszahl [-]
$P$	Flächenlast auf der Platte [kN/m <sup>2</sup> ]

Eine Quadratplatte ruht auf dem elastisch-isotropen Halbraum. Dieser wird unterteilt in Netze mit unterschiedlichen Abmessungen. Die Netze sind in Form von  $2 \times 2$  bis  $48 \times 48$  Elementen angeordnet. Die Last auf die Platte, die Plattenlänge und die elastischen Eigenschaften des Bodens werden so gewählt, dass das erste Glied der starren Verschiebungsgleichung 12 gleich der Einheit ist, daher gilt

Plattenlänge	$B$	= 10	[m]
Flächenlast auf der Platte	$p$	= 500	[kN/m <sup>2</sup> ]
Steifemodul des Bodens	$E_s$	= 5000	[kN/m <sup>2</sup> ]
<i>Poissonzahl</i> des Bodens	$\nu_s$	= 0.0	[-]

### 2 Lösung der Aufgabe

Das verfügbare Verfahren "Starre Platte 8" im Programm *ELPLA* kann hier verwendet werden, um die vertikale Verschiebung der starren Platte auf dem elastisch-isotropen Halbraummedium zu bestimmen. Indem die Symmetrie von Grundriss, Baugrund und Lastgeometrie über sowohl  $x$ - als auch  $y$ -Achse berücksichtigt wird, erfolgt die Berechnung nur eines Viertels der Platte. Bild 10 zeigt ein Viertel der Platte mit einem Netz von insgesamt  $16 \times 16$  Elementen.

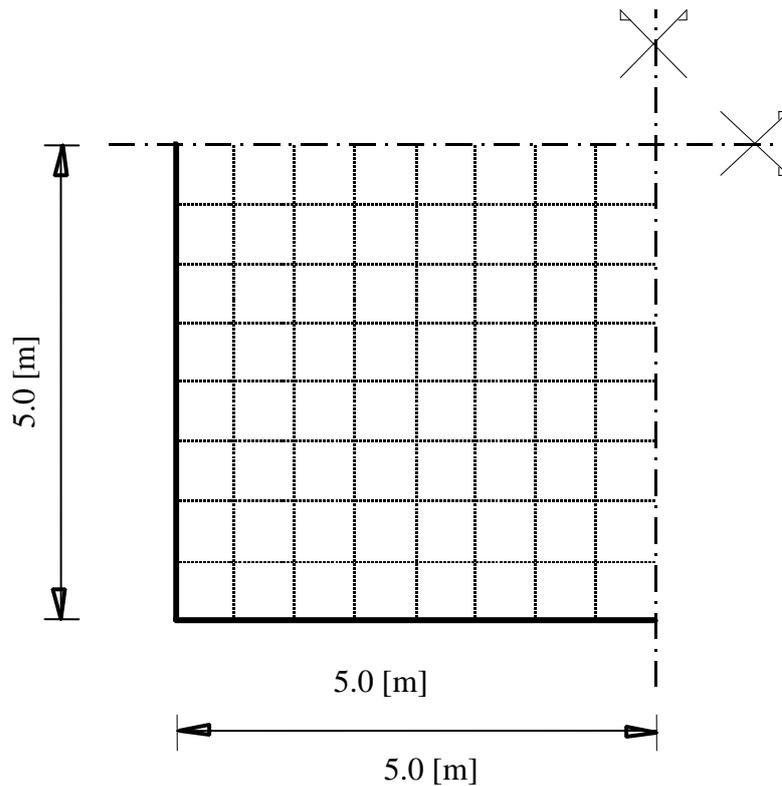


Bild 10 Viertel der starren Quadratplatte mit Abmessungen und FE-Netz

### 3 Ergebnisse

Tabelle 9 zeigt im Vergleich den Verschiebungseinflussfaktor  $I$ , der durch das Programm *ELPLA* erhalten wird und andere veröffentlichte Lösungen von *Fraser/ Wardle* (1976), *Chow* (1987), *Li/ Dempsey* (1988) und *Stark* (1990) für ein Netz von  $16 \times 16$  Elementen. Außerdem wird der Verschiebungseinflussfaktor  $I$  mit Verwendung der Diagramme von *Kany* (1974) durch die konventionelle Lösung einer starren Platte erhalten.

Tabelle 9 Verschiebungseinflussfaktor  $I$  für ein Netz von  $16 \times 16$  Elementen  
Vergleich Programm *ELPLA* mit anderen Autoren

Verschiebungseinflussfaktor $I$ [-]					
<i>Kany</i> (1974)	<i>Fraser/ Wardle</i> (1976)	<i>Chow</i> (1987)	<i>Li/ Dempsey</i> (1988)	<i>Stark</i> (1990)	<i>ELPLA</i>
0.85	0.835	0.8675	0.8678	0.8581	0.8497

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 10 zeigt die Konvergenz der Lösung für den Verschiebungseinflussfaktor, vom Programm *ELPLA* und nach *Stark* (1990) berechnet, unter Verwendung verschiedener Netze.

Unter der Annahme von *Li/ Dempsey* (1988) tritt die Konvergenz der Lösung auf, wenn der Verschiebungseinflussfaktor  $I = 0.867783$ , während unter Verwendung der Diagramme von *Kany* (1974) ein Verschiebungseinflussfaktor  $I = 0.85$  für das Verhältnis  $z/B = 100$  gilt. *Fraser/ Wardle* (1976) geben  $I = 0.87$  basierend auf einer Extrapolationsmethode, *Gorbunov-Possadov/ Serebrjanyi* (1961) geben  $I = 0.88$  und *Absi* (1970) gibt  $I = 0.87$ .

Im Allgemeinen muss der Verschiebungseinflussfaktor in diesem Beispiel zwischen  $I = 0.85$  und  $I = 0.88$  angeordnet werden.

Tabelle 10 zeigt, dass ein Netz von  $16 \times 16$  Elementen ein gutes Ergebnis für eine starre Quadratplatte in diesem Beispiel mit dem Programm *ELPLA* gibt. Die Konvergenz der Lösungen stimmt gut überein mit denen von *Stark* (1990) für alle gewählten Netze.

Tabelle 10 Konvergenz der Lösung für den Verschiebungseinflussfaktor nach *ELPLA* und *Stark* (1990) unter Verwendung verschiedener Netze

Netz	Verschiebungseinflussfaktor $I$ [-]	
	<i>Stark</i> (1990)	<i>ELPLA</i>
$2 \times 2$	0.8501	0.7851
$4 \times 4$	0.8477	0.8143
$6 \times 6$	0.8498	0.8281
$8 \times 8$	0.8525	0.8360
$12 \times 12$	0.8559	0.8449
$16 \times 16$	0.8581	0.8497
$20 \times 20$	0.8597	0.8528
$24 \times 24$	0.8601	0.8550
$32 \times 32$	0.8626	0.8578
$48 \times 48$	0.8647	0.8609

## Beispiel 9: Überprüfung einer starren Kreisplatte auf dem elastisch-isotropen Halbraum

### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für starre Kreisplatten zu überprüfen, werden die Ergebnisse einer starren Kreisplatte von anderen analytischen Lösungen nach *Borowicka* (1939) und *Stark* (1990), Abschnitt 5.2, Seite 106, mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

Die Vertikalverschiebung einer starren Kreisplatte auf dem homogenen, elastisch-isotropen Halbraum lässt sich ermitteln aus der Gleichung

$$W = \frac{P r \pi (1 - \nu_s^2)}{2E_s} \quad (13)$$

wobei:

$\nu_s$	<i>Poissonzahl</i> des Bodens [-]
$E_s$	Elastizitätsmodul des Bodens [kN/m <sup>2</sup> ]
$r$	Plattenradius [m]
$I$	Verschiebungseinflussfaktor [1]
$P$	Flächenlast auf der Platte [kN/m <sup>2</sup> ]

Die Sohldruckverteilung  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] unter der Platte an einem Abstand  $e$  [m] vom Zentrum kann abgeschätzt werden mit

$$q = \frac{P r}{2\sqrt{r^2 - e^2}} \quad (14)$$

Eine Kreisplatte auf einem elastisch-isotropen Halbraum wird unterteilt in 40 × 40 Elemente. Jedes Element hat eine Seite von 0.25 [m]. Last auf der Platte, Plattenradius und die elastischen Eigenschaften des Bodens werden wie folgt gewählt:

Plattenradius	$r$	= 5	[m]
Flächenlast auf der Platte	$q$	= 500	[kN/m <sup>2</sup> ]
Steifemodul des Bodens	$E_s$	= 6000	[kN/m <sup>2</sup> ]
<i>Poissonzahl</i> des Bodens	$\nu_s$	= 0.25	[-]

### 2 Lösung der Aufgabe

Das verfügbare Verfahren "Starre Platte 8" im Programm *ELPLA* kann hier verwendet werden, um die vertikale Verschiebung der starren Platte auf dem elastisch-isotropen Halbraummedium zu bestimmen. Bei Berücksichtigung der Symmetrie des Baugrunds und der Lastgeometrie im Grundriss über die  $x$ - als auch über die  $y$ -Achse wird die Berechnung nur eines Viertels der Platte durchgeführt. Bild 11 zeigt ein Viertel der Platte.

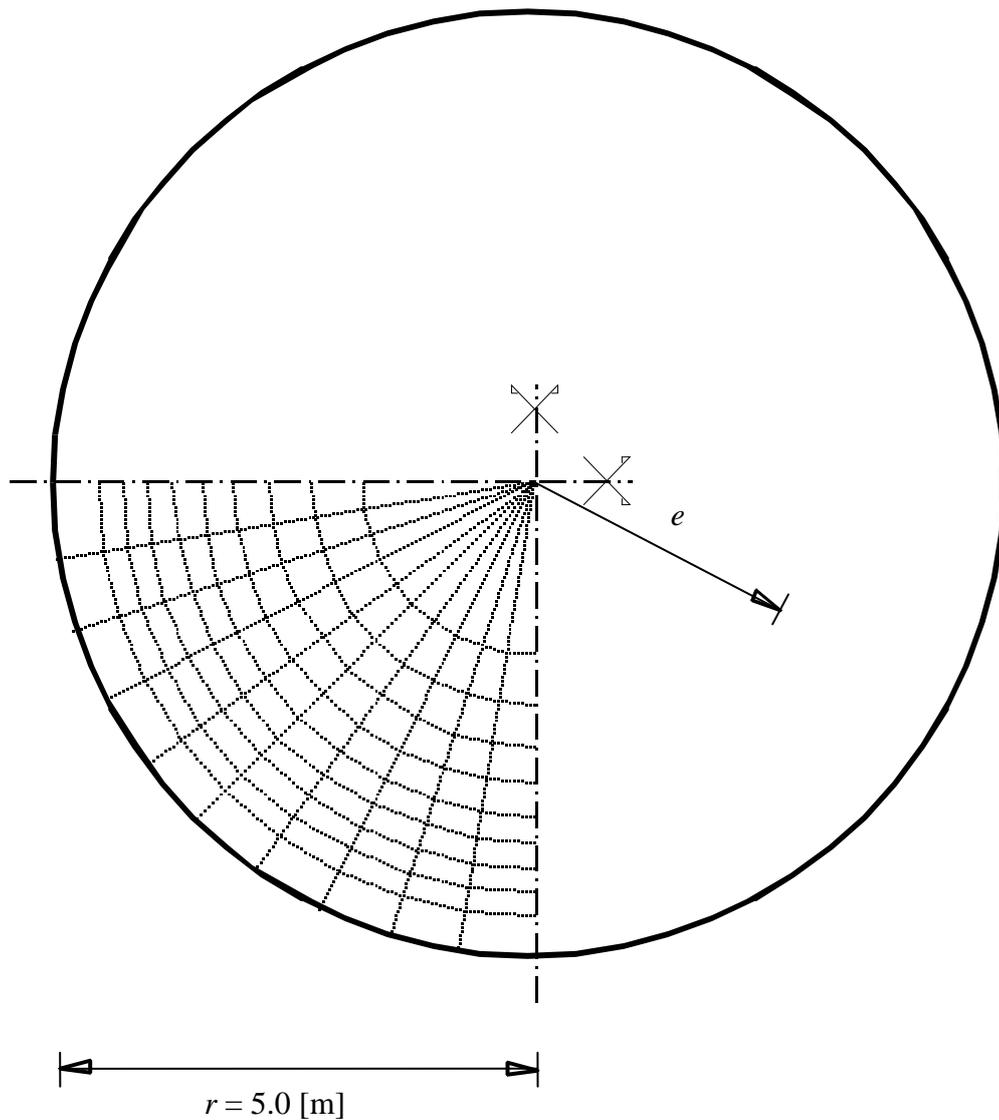


Bild 11 Viertel der starren Kreisplatte mit Abmessungen und FE-Netz

### 3 Ergebnisse

Bild 12 zeigt das Sohldruckverhältnis  $q/p$  [-] im Mittelschnitt der Platte, vom Programm *ELPLA* erhalten, sowie von *Borowicka* (1939) und *Stark* (1990). Außerdem vergleicht die Tabelle 11 die zentrale Verschiebung, die von dem Programm *ELPLA* erhalten wird, mit der von *Borowicka* (1939) und *Stark* (1990) berechneten.

Tabelle 11 Vergleich der zentralen Verschiebung  $w$   
(Programm *ELPLA*, *Borowicka* (1939) und *Stark* (1990))

	<i>Borowicka</i> (1939)	<i>Stark</i> (1990)	<i>ELPLA</i>
zentrale Verschiebung $w$ [cm]	12.272	12.195	12.164

Aus der Tabelle 11 und dem Bild 12 ist zu erkennen, dass die Ergebnisse der starren Kreisplatte, die vom Programm *ELPLA* erhalten werden, fast gleich mit denen von *Borowicka* (1939) und *Stark* (1990) sind.

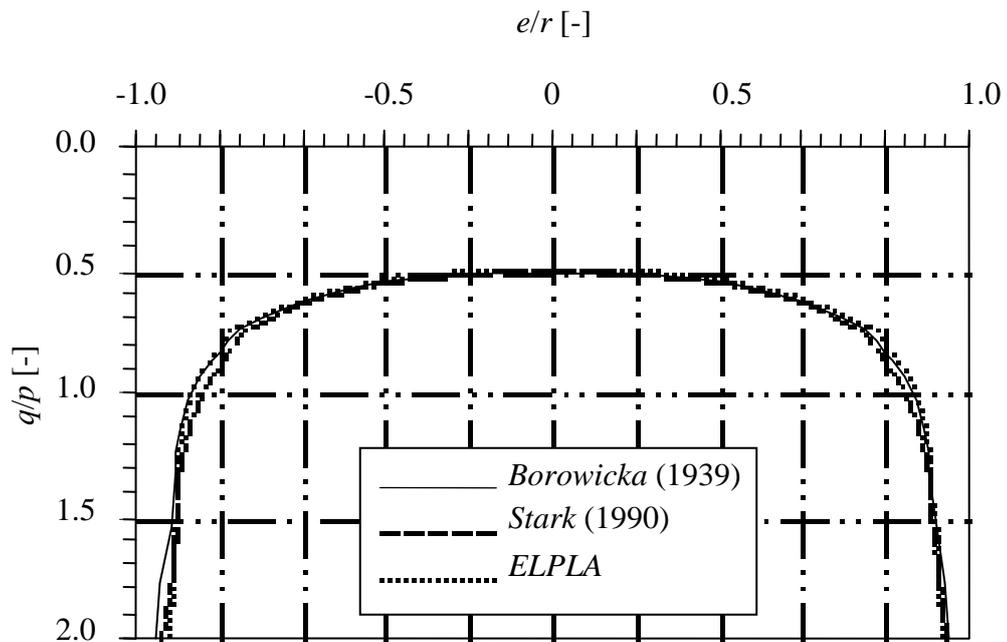


Bild 12 Sohldruckverhältnis  $q/p$  [-] unter der Mitte der starren Kreisplatte

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

### **Beispiel 10: Überprüfung der Setzungen schlaffer und starrer Platten auf geschichtetem Baugrund**

#### **1 Aufgabenstellung**

Die Definition des kennzeichnenden Punktes  $s_o$  nach *Graßhoff* (1955) mit der Tabellierung von *Kany* (1974) kann verwendet werden, um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für schlaffe und starre Platten zu überprüfen. Der kennzeichnende Punkt wird als der Punkt einer Oberfläche mit gleichförmig verteilten Lasten definiert, wobei die Setzung  $s_o$  aufgrund dieser Last mit der Verschiebung  $w_o$  einer starren Platte mit der gleichen Form und Belastung identisch ist. Für eine rechteckige Platte hat der kennzeichnende Punkt die Koordinaten  $a_c = 0.87A$  und  $b_c = 0.87B$ , wobei  $A$  und  $B$  die Abmessungen der Platte sind.

Bild 13 zeigt eine Platte mit den Abmessungen 8 [m]  $\times$  12 [m] und Gründungstiefe 2 [m], die auf drei Schichten mit unterschiedlicher Mächtigkeit von 7 [m], 5 [m] und 6 [m] ruht.

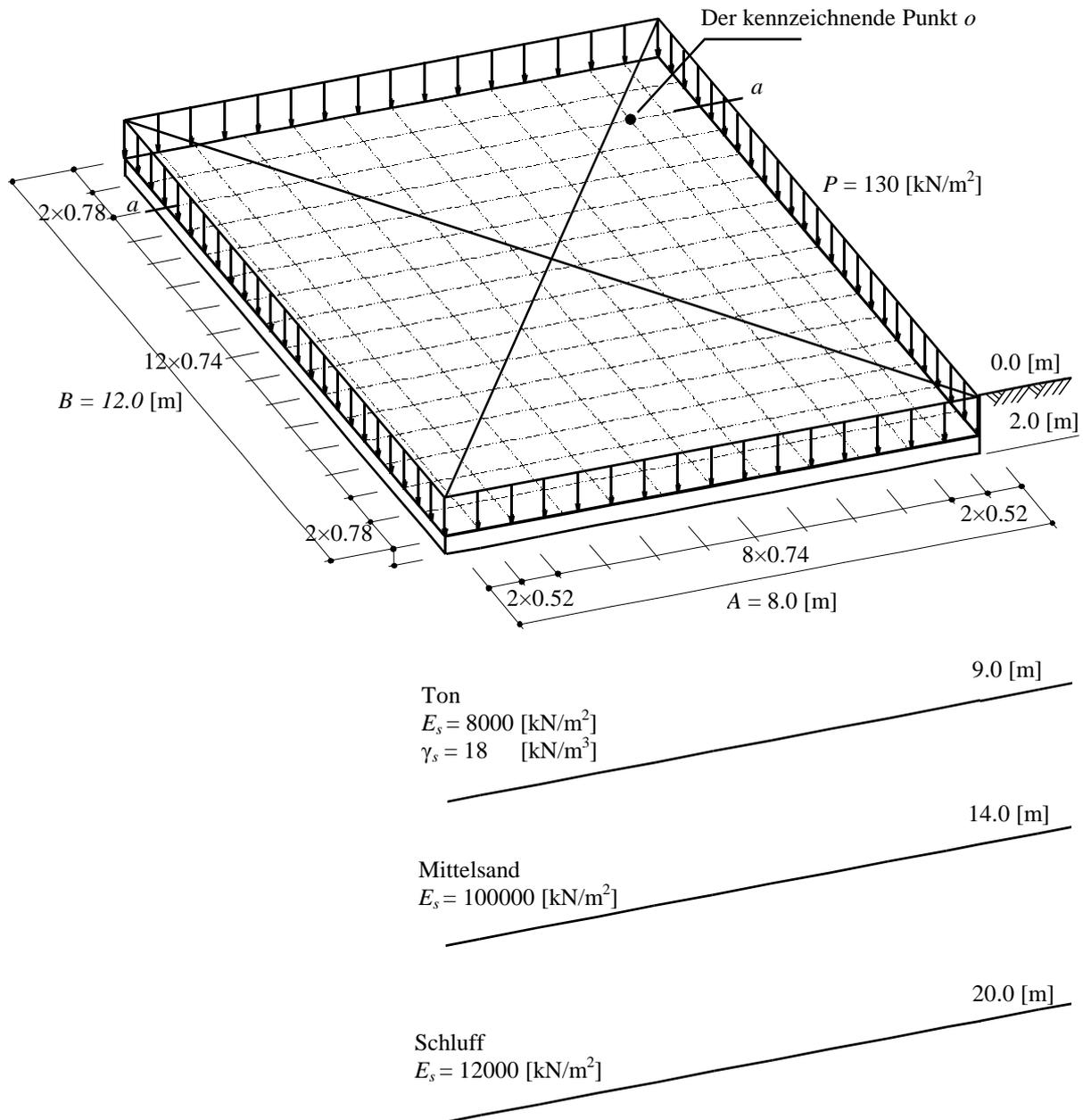


Bild 13 Abmessungen der Platte, Lasten, FE-Netz und Baugrund

## 2 Bodenkennwerte

Der Baugrund unter der Platte besteht aus drei Schichten mit unterschiedlichen Bodenkennwerten von Ton, Mittelsand und Schluff, wie im Bild 13 und Tabelle 12 gezeigt. Unter dem Schluff befindet sich eine starre Basis. Die *Poissonzahl* wird mit  $\nu_s = 0.0$  [-] angesetzt und ist konstant für alle Bodenmaterialien. Die Gründungstiefe der Platte beträgt 2.0 [m] Tiefe unter Gelände.

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 12 Bodenkennwerte

Schicht Nr.	Benennung des Bodens	Tiefe der Schicht unter Gelände $z$ [m]	Steifemodul der Schicht $E_s$ [kN/m <sup>2</sup> ]	Wichte des Bodens $\gamma_s$ [kN/m <sup>3</sup> ]
1	Ton	9.0	8 000	18
2	Mittelsand	14.0	100 000	-
3	Schluff	20.0	12 000	-

### 3 Belastung

Auf die Platte wirkt eine gleichförmige Last von  $P = 130$  [kN/ m<sup>2</sup>].

### 4 Lösung der Aufgabe

Die Platte wird in  $12 \times 16$  Elemente unterteilt, wie im Bild 13 gezeigt. Dann wird die Berechnung für die schlaffe Platte durchgeführt, wobei die Kontaktspannung gleich der angewandten Spannung auf dem Boden ist. Elastische Berechnung kann auch bei diesem Problem verwendet werden, um die schlaffe Platte zu simulieren. In diesem Fall wird eine sehr kleine Plattensteifigkeit angenommen, die zu null tendiert. Wenn die Platte Einzellasten trägt, kann es sein, dass man bei der ersten vollschlaffen Berechnung die vertikale Spannung an einem Punkt unter der Einzellast nicht bestimmen kann.

Für eine starre Platte ohne Exzentrizität wie bei der untersuchten Platte kann geschlossen werden, dass alle Punkte auf der Platte den gleichen Wert  $w_o$  erreichen werden. Die Setzung  $s_o$  wird mit dem Diagramm von *Kany* (1974) zur Bestimmung der Setzungen unter dem kennzeichnenden Punkt der rechteckigen Platte errechnet.

Tabelle 13 vergleicht die Setzung unter dem kennzeichnenden Punkt  $s_o = w_o$  durch die Verwendung des Diagramms von *Kany* (1974) mit den Setzungen schlaffer und starrer Platten durch die Verwendung des Programms *ELPLA*.

Tabelle 13 Setzungen  $s_o = w_o$  [cm] nach *Kany* (1974) und *ELPLA*

	<i>Kany</i> (1974) $s_o = w_o$	<i>ELPLA</i> - Schlawfe Platte $s_o$	<i>ELPLA</i> - Starre Platte $w_o$
Setzung [cm]	7.37	7.56	7.33
Differenz [%]	0	2.58	0.54

Bild 14 zeigt die Setzungen im Schnitt a-a durch den kennzeichnenden Punkt  $o$  für die schlawfe und starre Platte. Es kann deutlich bemerkt werden, dass die Setzung  $s_o$  für die schlawfe Platte unter dem kennzeichnenden Punkt  $o$  mit der vertikalen Verschiebung  $w_o$  der starren Platte entsprechend der Annahme von *Graßhoff* (1955) identisch ist.

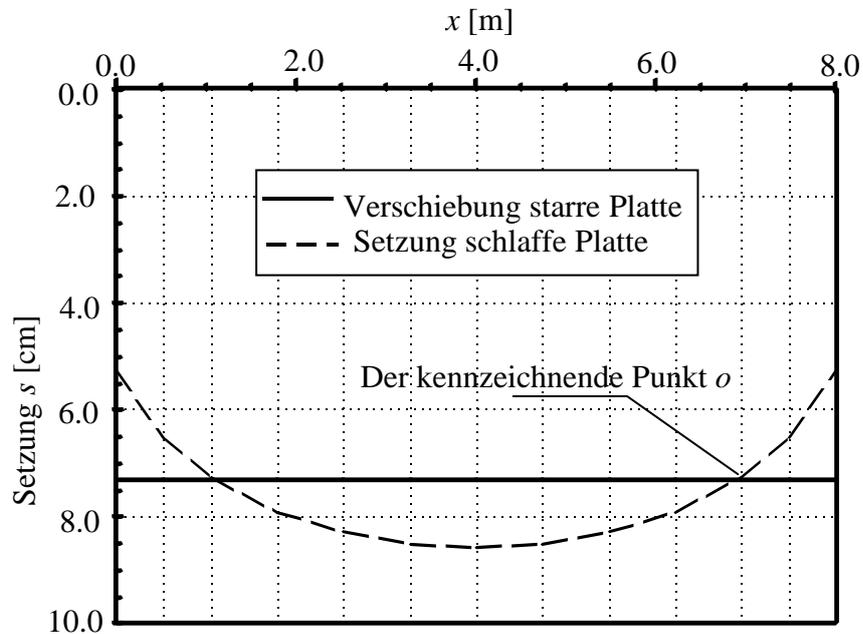


Bild 14 Setzungen  $s$  [cm] im Schnitt a-a durch den kennzeichnenden Punkt  $o$

### Beispiel 11: Überprüfung der Grundbruchlast eines Fundaments auf geschichtetem Baugrund

#### 1 Aufgabenstellung

Zur Überprüfung der Berechnung der Grundbruchlast mit dem Programm *ELPLA* werden die Ergebnisse eines Beispiels in DIN 4017, Beiblatt 1 (1979) zur Berechnung der Grundbruchlast für einen mittig und lotrecht belasteten Gründungskörper auf geschichtetem Baugrund mit denen von *ELPLA* verglichen.

Ein Rechteckfundament hat Abmessungen von 4.0 [m] × 5.0 [m] auf geschichtetem Baugrund. Die Abmessungen des Fundaments und die Schichten des Bodens mit Bodenkennwerten werden im Bild 15 gezeigt. Es soll die Grundbruchlast des Bodens unter dem Fundament berechnet werden.

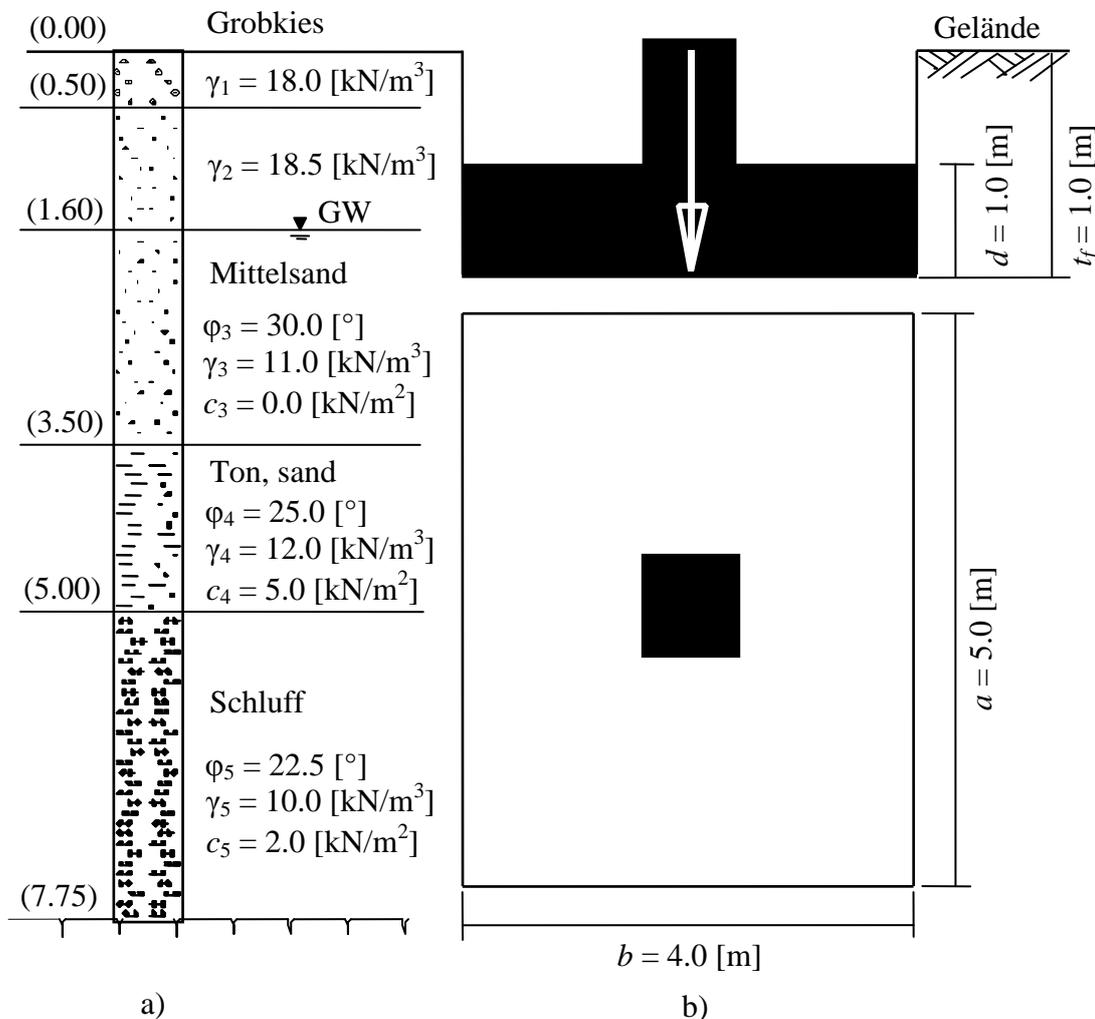


Bild 15 a) Querschnitt durch der Baugrund unter dem Fundament  
b) Grundriss des Fundaments mit Abmessungen

## 2 Handberechnung der Grundbruchlast

In DIN 4017 wird die Grundbruchlast durch Handberechnung wie folgt erhalten:

### Iterative Bestimmung der maßgebenden Bodenkenngrößen $\varphi_m$

Nach DIN 4017 ist die Mittelwertbildung  $\varphi_m$  nur dann zulässig, wenn die Einzelwerte der Reibungswinkel der einzelnen Schichten  $\varphi_i$  nicht mehr als 5 [°] vom Mittelwert abweichen.

Der Mittelwert  $\varphi_{av}$  der drei anstehenden Schichten beträgt

$$\varphi_{av} = \frac{30 + 25 + 22.5}{3} = 25.83 [^\circ]$$

Die Einzelwerte  $\varphi_i$  weichen also um weniger als 5 [°] vom Mittelwert  $\varphi_{av}$  ab. Die Iteration wird mit dem Reibungswinkel  $\varphi_{mo}$  der direkt unter dem Fundament gelegenen Schicht begonnen.

### 1. Iterationsschritt

Ermittlung der Grundbruchfigur für  $\varphi_{mo} = 30 [^\circ]$ . Die Bezeichnungen sind aus Bild 16 ersichtlich. Die Geometrie der Grundbruchfigur kann durch die Winkel  $\beta$ ,  $\alpha$ , und  $\omega$  beschrieben werden

$$\beta = 45 - \frac{\varphi_{mo}}{2} = 45 - \frac{30}{2} = 30 [^\circ]$$

$$\alpha = \theta = 45 + \frac{\varphi_{mo}}{2} = 45 + \frac{30}{2} = 60 [^\circ]$$

Damit ist

$$\omega = 90 [^\circ]$$

Die Dreieckseite  $r_o$  wird wie folgt erhalten

$$r_o = \frac{b}{\sin(90 - \varphi_{mo})} \sin \theta = \frac{4}{\sin(90 - 30)} \sin 60 = 4 [m]$$

Die Dreieckseite  $r_1$  wird wie folgt erhalten

$$r_1 = r_o e^{(\text{arc } \omega \tan \varphi_{mo})} = 4 e^{\left(\frac{90\pi}{180} \tan 30\right)} = 9.91 [m]$$

Die Länge der Gleitfigur  $l$  wird wie folgt erhalten

$$l = 2 r_1 \cos \beta = 2 \times 9.91 \cos 30 = 17.16 [m]$$

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Die Tiefe der Gleitfigur unter Sohle  $\max T_s$  wird wie folgt erhalten

$$\max T_s = r_o \cos \varphi_o e^{(\arcsin \tan \varphi_{mo})} = 4 \cos 30 e^{\left(\frac{90\pi}{180} \tan 30\right)} = 6.34 \text{ [m]}$$

d. h. die tiefste Seite Stelle der Gleitfigur liegt unter Gelände bei

$$z = \max T_s + t_f = 6.34 + 2 = 8.34 \text{ [m]}$$

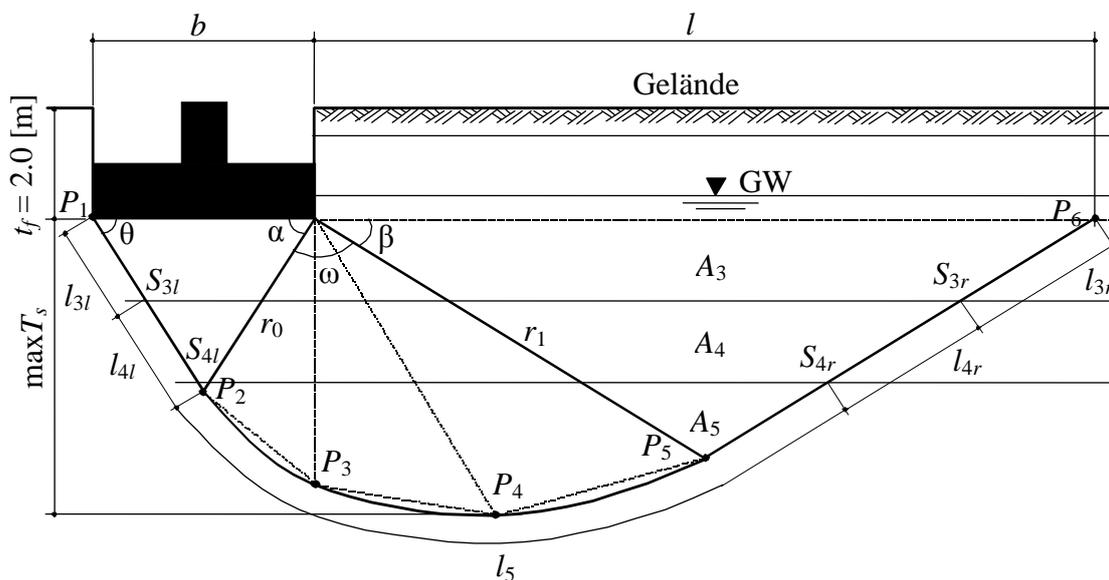


Bild 16 Grundbruchfigur für eine mittige vertikale Belastung

Zur Vereinfachung wird die Gleitlinie bei der analytischen Berechnung durch einen Polygonzug angenähert. So ergibt sich bei dreifacher Unterteilung des Öffnungswinkels logarithmischen Spirale das Polygon  $P_1$  bis  $P_6$ . Anschließend werden die Schichtgrenzen mit dem Polygonzug bestimmt. Die Schnittpunkte lassen sich auch zeichnerisch ermitteln, indem die Grundbruchfigur aufgetragen und dann die Schnittpunkte aus der Zeichnung entnommen werden. Bezogen auf ein im Punkt  $P_1$  liegendes kartesisches Koordinatensystem ergeben sich damit folgende Schnittpunkte:

$$S_{3l} (0.87, 1.50), S_{3r} (18.56, 1.50), S_{4l} (1.73, 3.00), S_{4r} (15.96, 3.00)$$

Damit ergeben sich anteilige Längen aus den Schnitt und Polygonpunkten wie folgt

$$l_3 = l_{3l} + l_{3r} = 1.73 + 3 = 4.73 \text{ [m]}$$

$$l_4 = l_{4l} + l_{4r} = 4.73 \text{ [m]}$$

$$l_5 = 16.12 \text{ [m]}$$

$$\text{totale Länge } l_{tot.} = 25.58 \text{ [m]}$$

Mit diesen anteiligen Längen ergibt sich als Ergebnis des ersten Iterationsschrittes der Winkel der inneren Reibung als gewogenes Mittel

$$\tan \varphi_{m1} = \frac{l_3 \tan \varphi_{m3} + l_4 \tan \varphi_{m4} + l_5 \tan \varphi_{m5}}{l_3 + l_4 + l_5}$$

$$\tan \varphi_{m1} = \frac{4.73 \tan 30 + 4.73 \tan 25 + 16.12 \tan 22.5}{25.58}$$

und damit

$$\varphi_{m1} = 24.42 [^\circ]$$

Die Abweichung  $\Delta_i$  des Ausgangswertes  $\varphi_{m1}$  vom Eingangswert  $\varphi_{mo}$  beträgt

$$\Delta_i = \frac{\varphi_{mo} - \varphi_{m1}}{\varphi_{mo}} \times 100 = \frac{30 - 24.42}{30} \times 100 = 18.6 [\%]$$

Die Abweichung  $\Delta_i$  ist größer als 3 [%]. Es folgt ein weiterer Iterationsschritt mit

$$\varphi_{m1} = \frac{\varphi_{mo} + \varphi_{m1}}{2} = \frac{30 + 24.42}{2} = 27.21 [^\circ]$$

## 2. Iterationsschritt

Ermittlung der Grundbruchfigur für  $\varphi_{m1} = 27.21 [^\circ]$ . Die Berechnung verläuft analog dem ersten Iterationsschritt. Für die anteiligen Längen wird errechnet

$$l_3 = 4.64 \text{ [m]}$$

$$l_4 = 4.64 \text{ [m]}$$

$$l_5 = 13.49 \text{ [m]}$$

Der Winkel der inneren Reibung kann bestimmt werden mit

$$\tan \varphi_{m2} = \frac{4.64 \tan 30 + 4.64 \tan 25 + 13.49 \tan 22.5}{22.77}$$

$$\varphi_{m2} = 24.61 [^\circ]$$

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Die Abweichung ist mit  $\Delta_i = 9.55$  [%] noch größer als 3 [%]. Daher ist ein weiterer Iterationsschritt durchzuführen mit

$$\varphi_{m2} = \frac{\varphi_{m1} + \varphi_{m2}}{2} = \frac{24.61 + 27.21}{2} = 25.91 [^\circ]$$

### 3. Iterationsschritt

Als Ergebnis des 3. Iterationsschritt ergibt sich

$$\varphi_{m3} = 24.70 [^\circ]$$

Die Abweichung  $\Delta_i$  vom Ausgangswert beträgt 4.66 [%], ist also noch größer als 3 [%]. Ein weiterer Iterationsschritt ist daher notwendig mit

$$\varphi_{m3} = \frac{\varphi_{m2} + \varphi_{m3}}{2} = \frac{24.7 + 25.91}{2} = 25.31 [^\circ]$$

### 4. Iterationsschritt (maßgebender Reibungswinkel)

Ergebnis des 4. Iterationsschrittes  $\varphi_{m4} = 24.74$  [°]. Die Abweichung  $\Delta_i$  vom Ausgangswert ist mit 2.22 [%] kleiner als 3 [%]. Es ist also kein weiterer Iterationsschritt durchzuführen. Der für den Grundbruchnachweis maßgebende Reibungswinkel ergibt sich

$$\varphi_{m4} = \frac{\varphi_{m3} + \varphi_{m4}}{2} = \frac{24.7 + 25.31}{2} = 25 [^\circ]$$

### Ermittlung der maßgebenden Kohäsion $c_m$

Für den maßgebenden Reibungswinkel  $\varphi_m$  werden nun in Analogie zu Iterationsschritt 1 die geometrischen Daten der Grundbruchfigur für  $\varphi_m = 25$  [°] ermittelt. Mit den anteiligen Längen

$$l_3 = 4.57 \text{ [m]}$$

$$l_4 = 4.57 \text{ [m]}$$

$$l_5 = 15.62 \text{ [m]}$$

wird die maßgebende Kohäsion  $c_m$  berechnet als gewogenes Mittel aus den Längen

$$c_m = \frac{l_3 c_3 + l_4 c_4 + l_5 c_5}{l_3 + l_4 + l_5}$$

$$c_m = \frac{4.57 \times 0 + 4.57 \times 5 + 15.62 \times 2}{24.76} = 2.19 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

### Ermittlung der maßgebenden Wichten $\gamma_m$

a) Wichte  $\gamma_m$  unterhalb der Gründungssohle

Die für die Grundbruchberechnung maßgebende Wichte wird aus den anteiligen Flächen  $A_3$ ,  $A_4$  und  $A_5$  bestimmt. Es ergeben sich

$$A_3 = 23.13 \text{ [m]}$$

$$A_4 = 18.17 \text{ [m]}$$

$$A_5 = 15.62 \text{ [m]}$$

Damit beträgt die Gesamtfläche  $A_{tot.} = 56.92 \text{ [m]}$

und die maßgebende Wichte  $\gamma_m$  unterhalb der Gründungssohle als gewogenes Mittel aus den Teilflächen  $A$

$$\gamma_m = \frac{A_3 \gamma_3 + A_4 \gamma_4 + A_5 \gamma_5}{A_3 + A_4 + A_5}$$

$$\gamma_m = \frac{23.13 \times 11 + 18.17 \times 12 + 15.62 \times 10}{56.92} = 11.05 \text{ [kN/m}^3\text{]}$$

b) Wichte  $\gamma'_m$  oberhalb der Gründungssohle

Die für die Grundbruchberechnung maßgebende Wichte  $\gamma'_m$  oberhalb der Gründungssohle wird über die anteiligen Höhen ermittelt

$$\gamma'_m = \frac{0.5 \times 18 + 1.1 \times 18.5 + 0.4 \times 11}{2} = 16.88 \text{ [kN/m}^3\text{]}$$

Mit den errechneten maßgebenden Bodenkenngrößen können nun die Beiwerte  $\varphi_m$ ,  $c_m$ ,  $\gamma_m$  und  $\gamma'_m$  wie für homogenen Baugrund bestimmt werden. Die Formeln für die einzelnen Beiwerte sind den Erläuterungen im Beiblatt 1 zu DIN 4017 Teil 1 entnommen. Es ergeben sich Tragfähigkeitsbeiwerte für  $\varphi_m = 25 \text{ [}^\circ\text{]}$

$$N_d = 10.7$$

$$N_c = 20.8$$

$$N_b = 4.5$$

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Formbeiwerte für  $\varphi_m = 25.00$  [°] und  $a = 4.0$  [m],  $b = 5.0$  [m]

$$v_d = 1.34$$

$$v_c = 1.37$$

$$v_b = 0.76$$

Die Tragfähigkeit des Bodens  $q_{ult}$  kann nach DIN 4017 wie folgt bestimmt werden

$$q_{ult} = c N_c v_c + \gamma_1 t_f N_d v_d + \gamma_2 B N_b v_b$$

$$q_{ult} = 2.19 \times 20.8 \times 1.37 + 16.88 \times 2 \times 10.7 \times 1.34 + 11.05 \times 4 \times 4.5 \times 0.76$$

$$q_{ult} = 698 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

### **3 Tragfähigkeit des Bodens beim Programm *ELPLA***

Um die Tragfähigkeit des Bodens beim Programm *ELPLA* zu bestimmen, kann eines der verfügbaren Berechnungsverfahren 2 bis 8 zur nichtlinearen Berechnung von Fundamenten verwendet werden. Es ist erforderlich bei der nichtlinearen Berechnung von Fundamenten, dass die Tragfähigkeit des Bodens bestimmt wird. Die Tragfähigkeit des Bodens  $q_{ult} = 701$  [kN/m<sup>2</sup>], errechnet vom Programm *ELPLA*, stimmt fast vollständig überein mit der durch Handberechnung nach DIN 4017 erhaltenen.

**Beispiel 12: Überprüfung des Spannungstrapezverfahrens einer unregelmäßigen Platte**

**1 Aufgabenstellung**

Um das Spannungstrapezverfahren des Programms *ELPLA* zu überprüfen, werden die Sohldruckverteilungen einer unregelmäßigen Platte nach *Bowles* (1977), Beispiel 9-6, Seite 265, mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

Die quadratische Platte von 10 [m] Seitenlänge trägt eine Stützenlast von 540 [kN] im Schwerpunkt. Es soll die Sohldruckverteilung berechnet werden, wobei die Ecke *B-C-D* der Platte ausgeschnitten wird, wie im Bild 17 gezeigt. Die Aussparung hat die folgenden Eigenschaften:

Fläche	$A = 4.5$	$\text{m}^2$
Schwerpunkt von <i>o</i> in <i>x</i> -Richtung	$x^! = 3.5$	[m]
Schwerpunkt von <i>o</i> in <i>y</i> -Richtung	$y^! = 4.25$	[m]

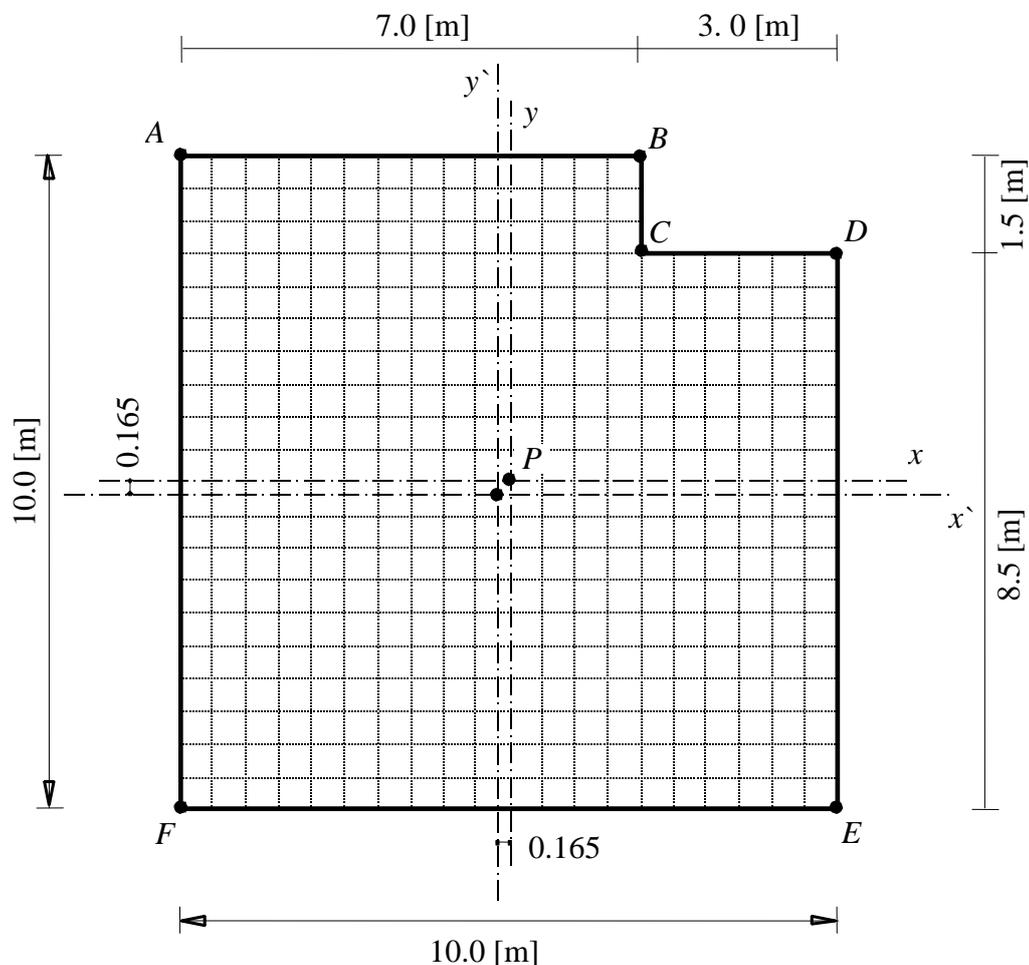


Bild 17 Abmessungen der Platte und FE-Netz

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Die grundlegende Annahme des Spannungstrapezverfahrens ist, dass der Sohldruck unabhängig vom Baugrund linear auf der Unterseite des Fundaments verteilt ist. Im allgemeinen Fall wird der Sohldruck  $q_i$  [kN/m<sup>2</sup>] an der Stelle  $(x_i, y_i)$  [m] der Fundamentunterseite wie folgt angesetzt

$$q_i = \frac{N}{A_f} + \frac{M_y I_x - M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} x_i + \frac{M_x I_y - M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} y_i \quad (15)$$

wobei:

$N$  Lotrechte Komponente der Resultierenden aus den Lasten [kN]

$A_f$  Grundfläche des Fundaments [m<sup>2</sup>]

$M_x$  Moment von  $N$  um die  $x$ -Achse [kN.m]

$M_y$  Moment von  $N$  um die  $y$ -Achse [kN.m]

$I_x$  Trägheitsmoment der Sohlfläche um die  $x$ -Achse [m<sup>4</sup>]

$I_y$  Trägheitsmoment der Sohlfläche um die  $y$ -Achse [m<sup>4</sup>]

$I_{xy}$  Zentrifugalmoment der Sohlfläche [m<sup>4</sup>]

## 2 Handberechnung der Konsolidierung

Nach *Bowles* (1977) kann die Sohldruckverteilung unter dem Fundament mit Handberechnung wie folgt erhalten werden:

### Schritt 1: Berechnung der neuen $x$ -, $y$ -Achse

$$\bar{x} = \frac{-15.75}{95.5} - 0.165 \text{ [m]}$$

$$\bar{y} = \frac{-19.13}{95.5} - 0.2 \text{ [m]}$$

Damit wird die Lage der neuen Achsen  $x!$  und  $y!$  angegeben, wie im Bild 17 gezeigt.

### Schritt 2: Berechnung der neuen Eigenschaften $I_x$ , $I_y$ und $I_{xy}$

Die Bestimmung der Eigenschaften von Fundamentteilen wird in der Tabelle 14 gelistet.

Tabelle 14 Eigenschaften von Fundamentteilen

Teil	Fläche A [m <sup>2</sup> ]	x [m]	y [m]	Ax <sup>2</sup> [m <sup>2</sup> ]	Ay <sup>2</sup> [m <sup>2</sup> ]	I <sub>ox</sub> [m <sup>4</sup> ]	I <sub>oy</sub> [m <sup>4</sup> ]
Ohne Aussparung	100	-0.165	-0.20	2.72	4.00	833.3	833.3
Aussparung	-4.5	3.66	4.45	-60.3	-89.1	-0.84	-3.38
Gesamt	95.5						

$$I_{x'} = I_{ox} - I_{ox\ notch} + A y^2$$

$$I_{x'} = 833.3 - 0.84 + 4.0 - 89.0 = 747.5 \text{ [m}^4\text{]}$$

$$I_{y'} = I_{oy} - I_{oy\ notch} + A x^2$$

$$I_{y'} = 833.3 - 3.38 + 2.73 - 60.5 = 772.15 \text{ [m}^4\text{]}$$

$$I_{x'y'} = I_{oxy} + A \bar{x} \bar{y}$$

$$I_{x'y'} = 0 + (-4.5) \times 3.66 \times 4.45 + 100 \times (-0.2) \times (-0.165) = -70.0 \text{ [m}^4\text{]}$$

### Schritt 3: Berechnung der Momente

$$M_y = 540 \times 0.165 = 89.1 \text{ [kN.m]}$$

$$M_x = 540 \times 0.2 = 108.0 \text{ [kN.m]}$$

### Schritt 4: Berechnung des Sohldrucks an gewählten Positionen

Den Sohldruck  $q_i$  im Punkt  $(x_i, y_i)$  des Geometrieflächenschwerpunkts unter der Platte erhält man mit

$$q_i = \frac{N}{A_f} + \frac{M_y I_x - M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} x_i + \frac{M_x I_y - M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} y_i$$

$$q_i = \frac{540}{95.5} + \frac{89.1 \times 747.5 - 108 \times (-70)}{747.5 \times 772.15 - (-70)^2} x_i + \frac{108 \times 747.5 - 89.1 \times (-70)}{747.5 \times 772.15 - (-70)^2} y_i$$

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

$$q_i = 5.65 + 0.13 x_i + 0.157 y_i$$

### 3 Sohldruck mit dem Programm *ELPLA*

Das verfügbare Verfahren "Spannungstrapezverfahren 1" im Programm *ELPLA* kann hier verwendet werden, um die Sohldruckverteilung unter der Platte zu bestimmen. Ein Netz von gleichen Quadratelementen ist gewählt. Jedes Element hat eine Seite von 0.5 [m], wie im Bild 17 gezeigt. Die Sohldrücke an den Fundamentecken, die vom Programm *ELPLA* erhalten werden, werden mit denen von *Bowles* (1977) in der Tabelle 15 verglichen. Es ist deutlich zu sehen, dass die Sohldrücke vom Programm *ELPLA* denen der Handberechnung gleichen.

Tabelle 15 Sohldrücke an Fundamentecken

Punkt	<i>Bowles</i> (1977)						<i>ELPLA</i>
	$x_i$ [m]	$y_i$ [m]	$N/A_f$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$0.13 x_i$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$0.157 y_i$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$q$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$q$ [kN/m <sup>2</sup> ]
A	-4.84	5.20	5.65	-0.63	0.82	5.84	5.84
B	2.16	5.20	5.65	0.28	0.82	6.75	6.75
C	2.16	3.70	5.65	0.28	0.58	6.51	6.52
D	5.16	3.70	5.65	0.67	0.58	6.90	6.90
E	5.16	-4.80	5.65	0.67	-0.75	5.57	5.57
F	-4.84	-4.80	5.65	-0.63	-0.75	4.27	4.28

**Beispiel 13: Überprüfung des Hauptbettungsmoduls  $k_{sm}$** **1 Aufgabenstellung**

Es wird deutlich, dass der Bettungsmodul  $k_s$  keine Bodenkonstante ist, sondern als Funktion des Sohldrucks und der Setzung von der Lastgröße, den Grundrissabmessungen der Flächengründung und von der Schichtung des Untergrunds beeinflusst wird. Der Hauptbettungsmodul  $k_{sm}$  kann für eine rechteckige Platte auf einem geschichteten Baugrund aus dem Quotienten der mittleren Bodenpressung  $q_o$  durch Setzung  $s_o$  am kennzeichnenden Punkt berechnet werden, *Graßhoff* (1955). Es wird klar, dass die bisherigen Annahmen nur für die rechteckige Platte auf einem geschichteten Baugrund gültig sind. Es ist möglich, mit dem Programm *ELPLA* den Bettungsmodul für eine Platte mit beliebiger Grundrissform (auch mit Löchern) auf unregelmäßigem Baugrund zu berechnen. Zum Vergleich der Annahmen im Programm *ELPLA* (Berechnungsmodell 2) wird auch hier die rechteckige Platte zugrunde gelegt.

Es wird ein Beispiel mit *ELPLA* durchgerechnet, um den Hauptbettungsmodul  $k_{sm}$  auszuwerten. Der Hauptbettungsmodul  $k_{sm}$  wird aus dem Quotienten der mittleren Bodenpressung  $q_o$  durch Setzung  $s_o$  am kennzeichnenden Punkt berechnet. Die Setzung  $s_o$  wird nach der Formel von *Steinbrenner* (1934) ermittelt.

Es wird eine rechteckige Platte von  $A_f = 8 \times 12 \text{ [m}^2\text{]}$  Größe und  $d = 0.6 \text{ [m]}$  Plattendicke untersucht. Sie wird in 140 Elemente unterteilt, wie im Bild 18 dargestellt. Die Plattengründung liegt auf drei Schichten.

**2 Bodenkennwerte**

Der Baugrund unter der Platte besteht aus drei Schichten mit unterschiedlichen Bodenkennwerten von Ton, Mittelsand und Schluff, wie im Bild 18 und Tabelle 16 gezeigt. Unter dem Schluff ist eine starre Basis. Die *Poissonzahl* wird mit  $\nu_s = 0.0 \text{ [-]}$  angesetzt und ist konstant für alle Bodenmaterialien. Die Gründungstiefe der Platte unter Gelände ist  $d_f = 2.0 \text{ [m]}$ .

Tabelle 16 Bodenkennwerte

Schicht Nr.	Benennung des Bodens	Tiefe der Schicht unter Gelände $z \text{ [m]}$	Steifemodul der Schicht $E_s \text{ [kN/m}^2\text{]}$	Wichte des Bodens $\gamma_s \text{ [kN/m}^3\text{]}$
1	Ton	9.0	8 000	18
2	Mittelsand	14.0	100 000	-
3	Schluff	20.0	12 000	-

**3 Lasten**

Die Lasten sind 12 Einzellasten, jede  $P = 1040 \text{ [kN]}$ .

#### 4 Materialkennwerte des Betons

Für das Plattenmaterial gilt:

Elastizitätsmodul	$E_b$	$= 2.0 \times 10^7$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Poissonzahl	$\nu_b$	$= 0.25$	[-]
Wichte	$\gamma_b$	$= 0.0$	[kN/m <sup>3</sup> ]

Das Eigengewicht des Betons wird in diesem Beispiel vernachlässigt.

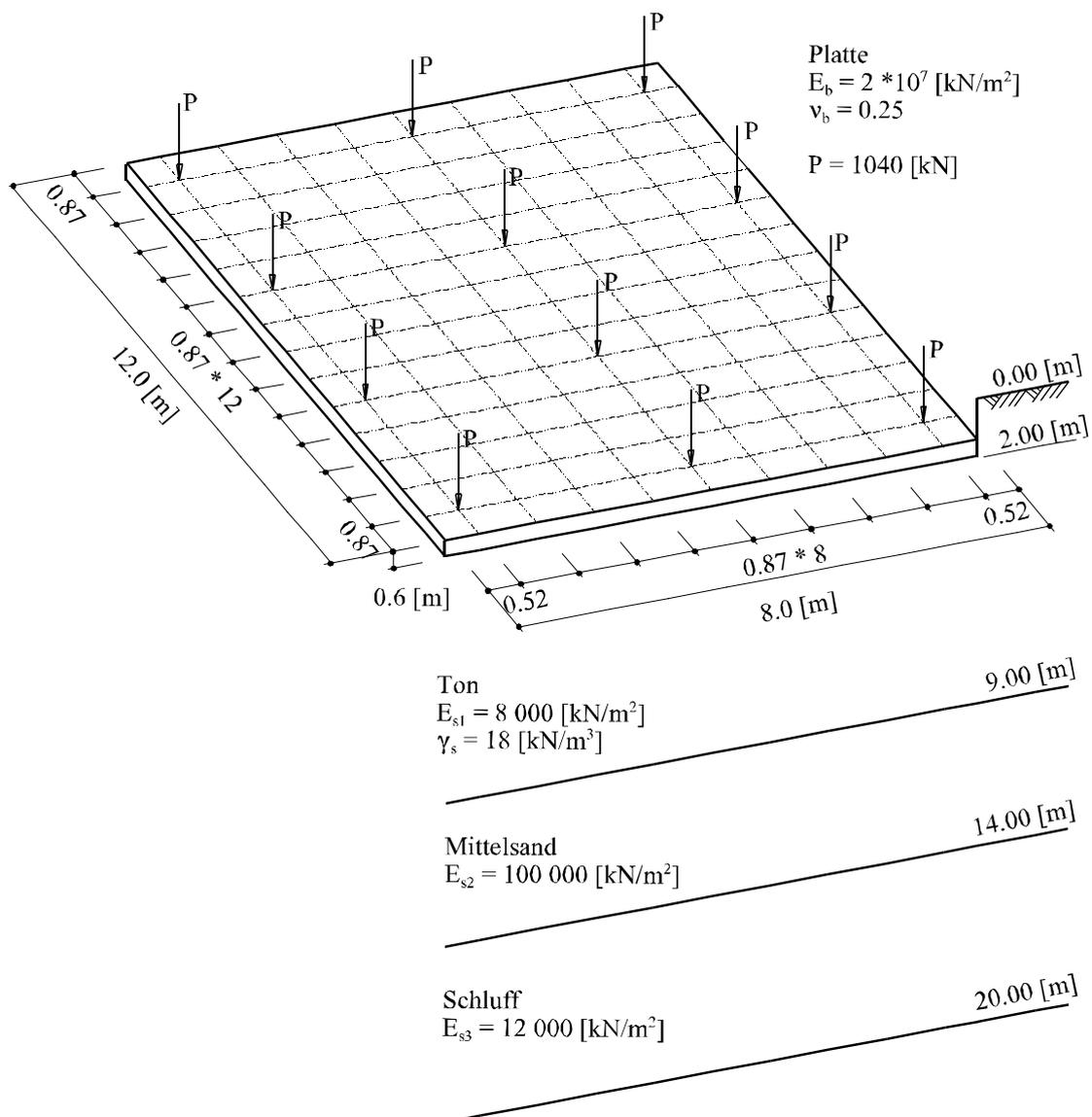


Bild 18 Grundriss der Platte, Belastung, FE-Netz und Schichtung des Baugrunds

## 5 Setzungsberechnungen

Die mittlere Bodenpressung  $q_o$  wird wie folgt erhalten

$$q_o = \Sigma P / A_f = 12 \times 1040 / (8 \times 12) = 130 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

Die Setzung der Platte wird am kennzeichnenden Punkt  $o$  durch Handberechnung erhalten. Dieser Punkt  $o$  hat die Koordinaten  $a_c = 0.87 A$  und  $b_c = 0.87 B$ , wie im Bild 19 gezeigt. Die Platte wird in vier rechteckige Flächen I, II, III und IV unterteilt (Bild 19). Die Setzung des Punktes  $o$  ist dann die Summe der Setzungen aus den Flächen I, II, III und IV.

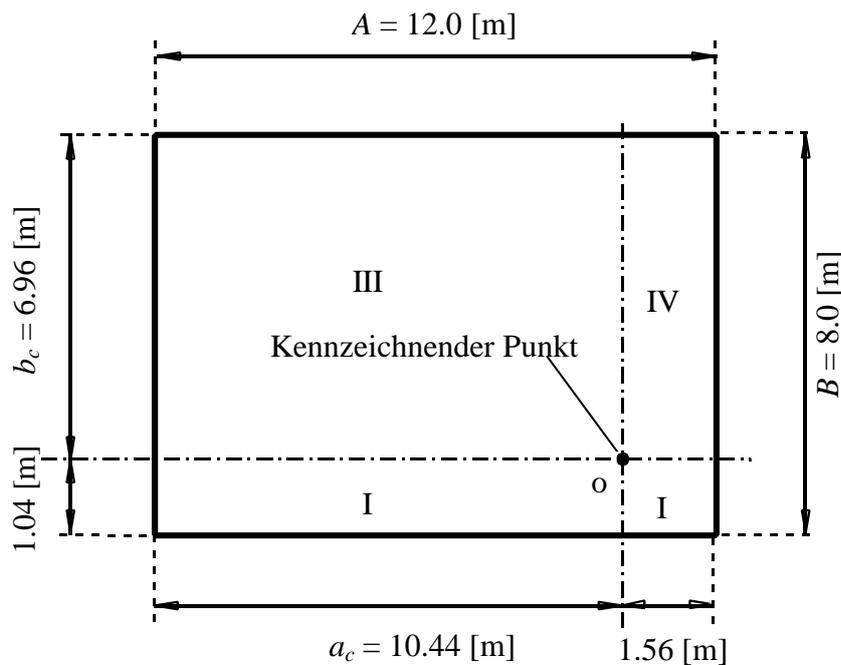


Bild 19 Kennzeichnender Punkt  $o$  der Setzung auf die Platte

Nach *Steinbrenner* (1934) wird die Setzung  $s$  eines Punktes, der in einer Tiefe  $z$  unter der Ecke einer rechteckigen belasteten Fläche  $a \times b$  und Intensität  $q$  liegt, wie folgt erhalten

$$s = \frac{q(1-\nu_s^2)}{2\pi E_s} \left( b \times \ln \frac{(c-a)(m+a)}{(c+a)(m-a)} + a \times \ln \frac{(c-b)(m+b)}{(c+b)(m-b)} \right) + \frac{q(1-\nu_s-2\nu_s^2)}{2\pi E_s} \left( z \tan^{-1} \frac{ab}{zc} \right) \quad (16)$$

Die Gleichung 16 kann wieder wie folgt geschrieben werden

$$s = \frac{q}{2\pi E_s} (B_n + A_n + D_n) = \frac{q}{2\pi E_s} c_n = \frac{q}{E_s} f \quad (17)$$

$$\text{wobei } m = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ und } c = \sqrt{a^2 + b^2 + z^2}$$

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Die Setzungsberechnungen der 1. Schicht sind in Tabelle 17 durchgeführt.

Tabelle 17 Setzungsberechnungen der 1. Schicht ( $z_1 = 7$  [m])

Fläche	$a$ [m]	$b$ [m]	$m$ [m]	$c$ [m]	$B_n$	$A_n$	$D_n$	$C_n$
I	6.96	1.56	7.133	9.994	4.183	0.904	1.078	6.165
II	1.04	1.56	1.875	7.247	1.500	2.030	0.224	3.754
III	6.96	10.44	12.547	14.368	2.013	3.803	4.380	10.196
IV	1.04	10.44	10.492	12.613	0.351	3.788	0.857	4.996
$\Sigma C_n$								25.111

Der Setzungskoeffizient  $f_1$  für die 1. Schicht wird wie folgt erhalten

$$f_1 = \Sigma C_n / 2\pi = 25.111 / (2\pi) = 3.997$$

Die Setzung  $s_1$  der 1. Schicht wird wie folgt erhalten

$$s_1 = q_o f_1 / E_{s1} = 130 \times 3.997 / 8000 = 0.06494 \text{ [m]}$$

Der Setzungskoeffizient  $f_2$  für eine Schicht bis zur Tiefe  $z = 12$  [m] ist

$$f_2 = 5.2$$

Die Setzung  $s_2$  der 2. Schicht wird wie folgt erhalten

$$s_2 = q_o (f_2 - f_1) / E_{s2} = 130 (5.2 - 3.997) / 100000 = 0.00156 \text{ [m]}$$

Der Setzungskoeffizient  $f_3$  für eine Schicht bis zur Tiefe  $z = 18$  [m] ist

$$f_3 = 6.038$$

Die Setzung  $s_3$  der 3. Schicht wird wie folgt erhalten

$$s_3 = q_o (f_3 - f_2) / E_{s3} = 130 (6.038 - 5.2) / 12000 = 0.00908 \text{ [m]}$$

Die Gesamtsetzung  $s_o$  für alle Schichten wird wie folgt erhalten

$$s_o = s_1 + s_2 + s_3 = 0.06494 + 0.00156 + 0.00908 = 0.07558 \text{ [cm]}$$

Der Hauptbettungsmodul  $k_{sm}$  wird wie folgt erhalten

$$k_{sm} = q_o / s_o = 130 / 0.07558 = 1720 \text{ [kN/m}^3\text{]}$$

## 6 Vergleich der Ergebnisse

Nachfolgend werden die Ergebnisse zur Berechnung des Hauptbettungsmoduls  $k_{sm}$  mit den zwei verschiedenen Berechnungsannahmen durch Verwenden der Formel von *Steinbrenner* (1934) und *ELPLA* in Tabellenform wiedergegeben. Die Tabelle 18 zeigt, dass die Bettungsmoduli praktisch keine Unterschiede haben.

Tabelle 18 Hauptbettungsmodul  $k_{sm}$  nach *Steinbrenner* (1934) und *ELPLA*

Berechnung	Handberechnung	<i>ELPLA</i>	Differenz [%]
Hauptbettungsmodul $k_{sm}$ [kN/m <sup>3</sup> ]	1720	1727	0.41

## Beispiel 14: Überprüfung eines elastisch gebetteten Balkens

### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung von elastisch gebetteten Balken zu überprüfen, werden die Ergebnisse eines Balkens auf elastischer Bettung von *Rombach* (2000), Abschnitt 2.4.2, Seite 34, mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

Die Geometrie und die Last des Balkens sind aus *Rombach* (2000) entnommen, wie im Bild 20 gezeigt. Es wird ein Streifenfundament mit einer Dicke  $d = 0.6$  [m] und einer Breite  $L = 5.0$  [m] gewählt. Die Berechnung erfolgt an einem Ersatzstreifen mit  $B = 1.0$  [m]. Der Balkenquerschnitt bringt ein Trägheitsmoment  $I = 0.026$  [m<sup>4</sup>] und ein Torsionsmoment  $J = 0.091$  [m<sup>4</sup>]. Die Einwirkung besteht aus einer zentrischen Wandlast von  $P = 1000$  [kN/m].

Die Parameter des Balkens (Beton C30/37) sind Elastizitätsmodul  $E_b = 3.2 \times 10^7$  [kN/m<sup>2</sup>] und Schubmodul  $G_b = 1.3 \times 10^7$  [kN/m<sup>2</sup>]. Der Bettungsmodul des Bodens ist  $k_s = 50000$  [kN/m<sup>3</sup>].

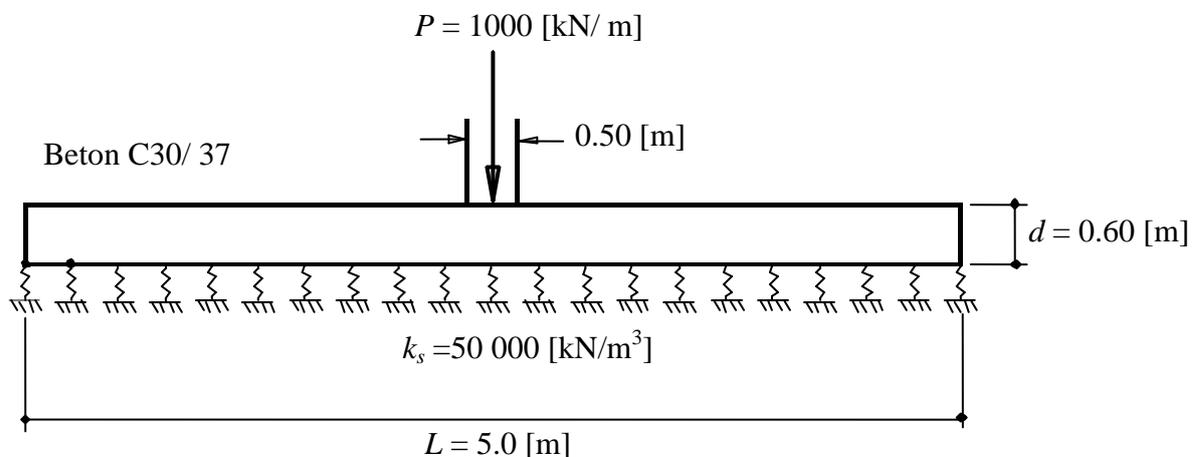


Bild 20 Elastisch gebetteter Balken, Abmessungen und Last

### 2 Lösung der Aufgabe

Die Hauptelementart im Programm *ELPLA* ist das rechteckige finite Element. Die Rippenplatten oder Trägerroste (oder Balken) können bei Verwendung von Plattenelementen zusammen mit Balkenelementen berechnet werden. Balkenelemente werden in Regionen nahe zu Plattenelementengrenzen gestellt. Wenn nur Balken zu berechnen sind, kann das Plattenelement entfernt werden durch die Annahme, dass seine Steifigkeit null ist ( $E_b = 0$ ). Deshalb wird in diesem Beispiel das ganze Fundament in rechteckige Elemente unterteilt, wobei die Breite des Elements so gewählt wird, dass sie gleich der Breite des Streifenfundament  $B = 1.0$  [m] ist. Jedes Element hat eine Fläche von  $0.25 \times 1.0$  [m<sup>2</sup>]. Im Bild 21 werden die Balkenelemente des Balkens auf dem Netz dargestellt. Der entsprechende Bettungsmodul für die Knoten unter den Balkenelementen ist  $k_s = 50000$  [kN/m<sup>3</sup>], während er für die Knoten unter den Plattenelementen  $k_s = 0$  ist.

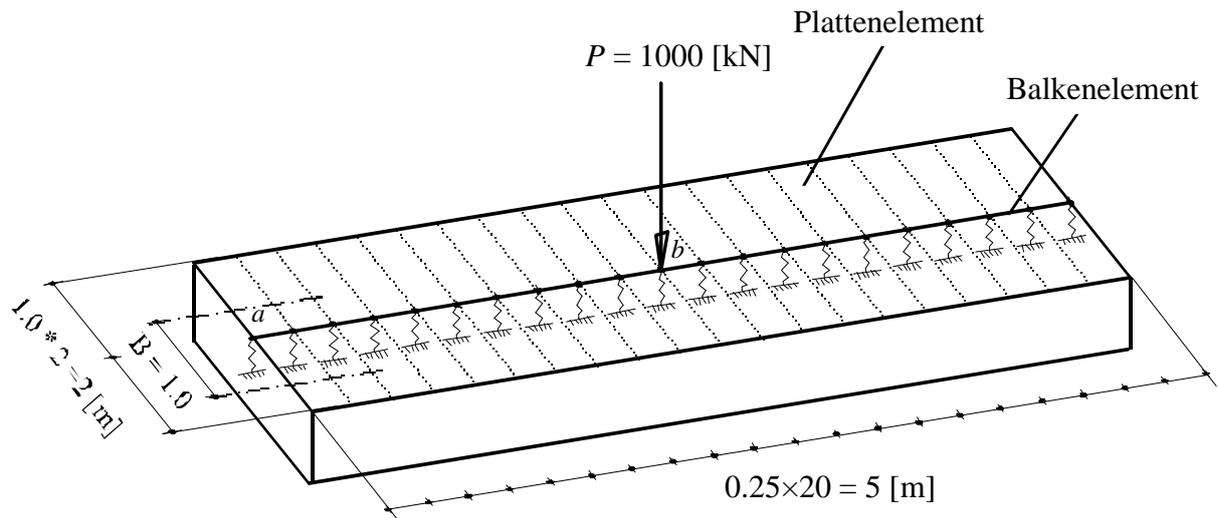


Bild 21 FE-Netz des Trägerrostes

### 3 Ergebnisse

Tabelle 19 zeigt den Vergleich der Ergebnisse vom Programm *ELPLA* an zwei gewählten Punkten *a* und *b* auf dem Balken mit denen von *Rombach* (2000). Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, dass die Ergebnisse beider Berechnungen gut übereinstimmen.

Tabelle 19 Ergebnisse an zwei gewählten Punkten *a* und *b* auf dem Balken  
Vergleich Programm *ELPLA* mit *Rombach* (2000)

Punkt	Setzung $s$ [cm]		Moment $M_b$ [kN.m]		Querkraft $Q_s$ [kN]	
	<i>Rombach</i> (2000)	<i>ELPLA</i>	<i>Rombach</i> (2000)	<i>ELPLA</i>	<i>Rombach</i> (2000)	<i>ELPLA</i>
<i>a</i>	0.31	0.31	-	-	-	-
<i>b</i>	0.47	0.46	520	582	471	471

### Beispiel 15: Überprüfung eines Trägerrostes auf elastischer Bettung

#### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* zur Berechnung von Trägerrostern zu überprüfen, werden die Ergebnisse eines Trägerrostes auf elastischer Bettung von *Szillard* (1986), Beispiel 4.4.5, Seite 350, mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

Die Geometrie und die Lasten des Trägerrostes sind aus *Szillard* (1986) entnommen, wie im Bild 22 gezeigt. Der Trägerrost hat einen rechteckigen Querschnitt von 2.5 [m] Breite und 0.5 [m] Höhe mit Trägheitsmoment  $I = 0.026 \text{ [m}^4\text{]}$  und Torsionsmoment  $J = 0.091 \text{ [m}^4\text{]}$ .

Die Parameter des Trägerrostmaterials sind Elastizitätsmodul  $E_b = 3 \times 10^7 \text{ [kN/m}^2\text{]}$  und Schubmodul  $G_b = 1 \times 10^7 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ . Der Bettungsmodul des Bodens ist  $k_s = 40000 \text{ [kN/m}^3\text{]}$ .

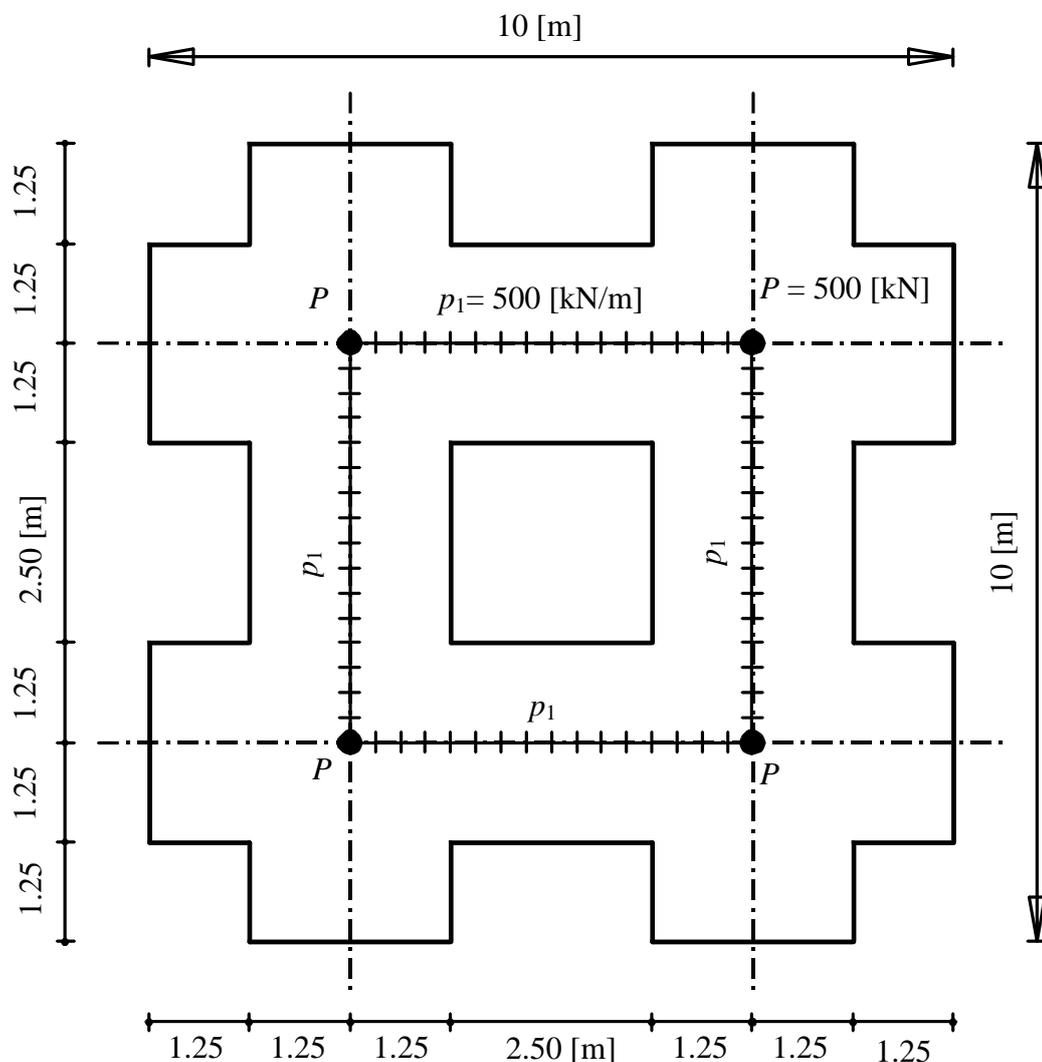


Bild 22 Geometrie und Lasten des Trägerrostes

## 2 Lösung der Aufgabe

Die Hauptelementart im Programm *ELPLA* ist das rechteckige finite Element. Die Rippenplatten oder Trägerroste können bei Verwendung von Plattenelementen zusammen mit Balkenelementen berechnet werden. Balkenelemente werden in Regionen nahe zu Plattenelementgrenzen gestellt. Wenn nur Trägerroste berechnet werden, kann das Plattenelement entfernt werden durch die Annahme, dass seine Steifigkeit null ist ( $E_b = 0$ ). Deshalb wird in diesem Beispiel das ganze Fundament in quadratische Elemente unterteilt, jedes Element hat eine Fläche von  $0.417 \times 0.417 \text{ [m}^2\text{]}$ . Dementsprechend sind die Balkenelemente des Trägerrostes auf dem Netz im Bild 23 gezeigt. Der entsprechende Bettungsmodul für die Knoten unter den Balkenelementen ist  $k_s = 40000 \times 2.5/0.417 = 240000 \text{ [kN/m}^3\text{]}$ , während er für die Knoten unter den Plattenelementen  $k_s = 0$  ist.

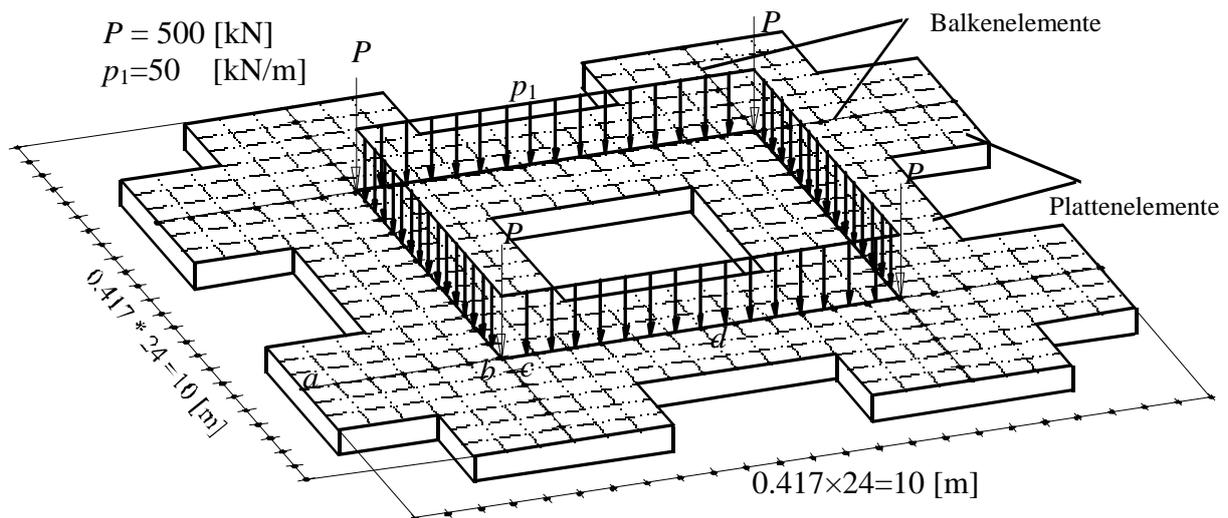


Bild 23 FE-Netz des Trägerrostes

## 3 Ergebnisse

Tabelle 20 zeigt den Vergleich der Ergebnisse vom Programm *ELPLA* an vier gewählten Punkten  $a, b, c$  und  $d$  auf dem Trägerrost mit denen von *Szilard* (1986). Obwohl das mathematische Modell zur Bestimmung der Steifigkeitsmatrix des Bodens nach *Szilard* (1986) anders als das von *ELPLA* ist, ist der Vergleich gut. Eine andere Berechnung wurde durchgeführt für dasselbe Beispiel mit Verwendung von nur Plattenelementen. Es zeigt die Setzungen an den Punkten  $a, b, c$  und  $d$  mit  $0.05 \text{ [cm]}$ ,  $0.12 \text{ [cm]}$ ,  $0.12 \text{ [cm]}$ ,  $0.12 \text{ [cm]}$ .

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 20 Vergleich der Ergebnisse (Programm *ELPLA* und *Szillard* (1986))  
an vier gewählten Punkten *a*, *b*, *c* und *d* auf dem Trägerrost

Punkt	Setzung $s$ [cm]		Moment $M_b$ [kN.m]		Querkraft $Q_s$ [kN]	
	<i>Szillard</i> (1986)	<i>ELPLA</i>	<i>Szillard</i> (1986)	<i>ELPLA</i>	<i>Szillard</i> (1986)	<i>ELPLA</i>
<i>a</i>	0.02	0.02	0	0	0	5
<i>b</i>	0.09	0.09	153	151	148	130
<i>c</i>	0.09	0.09	125	149	-103	-112
<i>d</i>	0.10	0.10	-6	-7	0	-11

**Beispiel 16: Überprüfung elastischer Platten  
auf dem elastisch-isotropen Halbraummedium**

**1 Aufgabenstellung**

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für elastische Platten zu überprüfen, werden die Ergebnisse einer elastischen Platte von analytischen Lösungen nach *Stark/Majer* (1988) und *Borowicka* (1939) an unterschiedlichen relativen Steifigkeiten mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

Eine rechteckige Platte mit den Abmessungen 12 [m] × 6 [m] auf einem elastisch-isotropen Halbraumbodenmedium wird gewählt und in 12 × 12 Elemente unterteilt (Bild 24). Die elastischen Eigenschaften der Platte und des Boden sind  $E_s = 10000$  [kN/m<sup>2</sup>],  $E_b = 2.6 \times 10^7$  [kN/m<sup>2</sup>],  $\nu_s = 0$  [-],  $\nu_b = 0.15$  [-]. Die Platte überträgt eine gleichförmige Last von 100 [kN/m<sup>2</sup>].

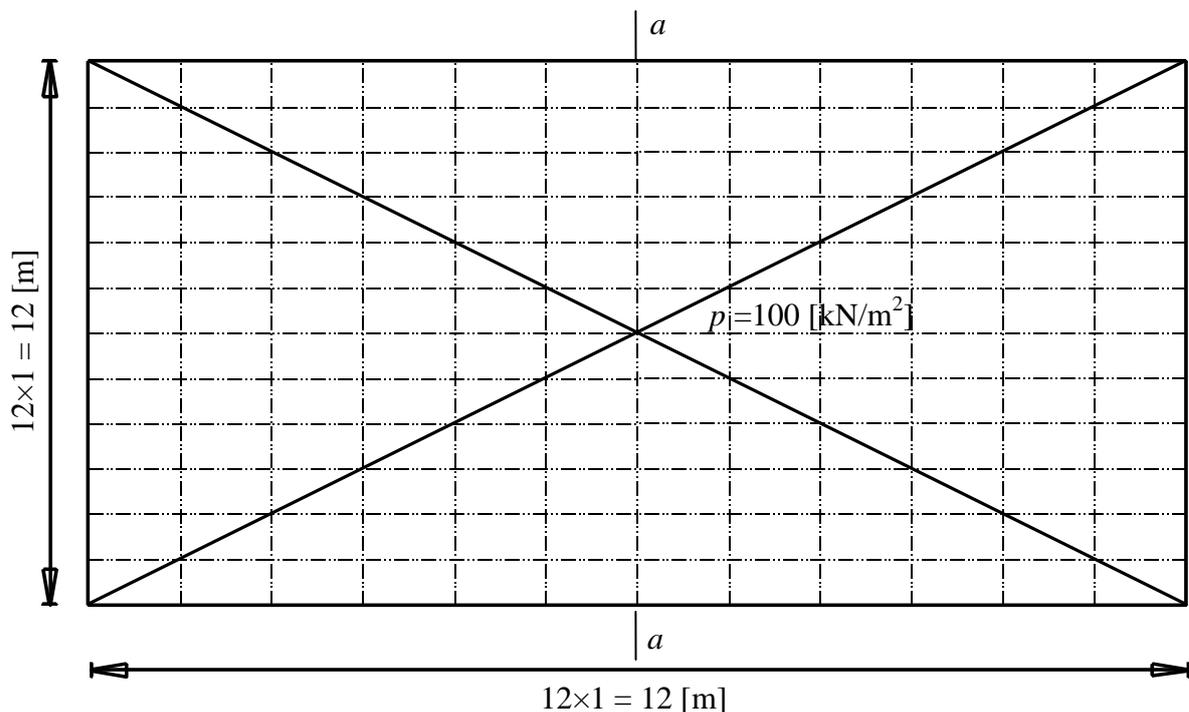


Bild 24 Plattengeometrie, Lasten und finite Elemente

**2 Ergebnisse**

Die Bilder 25, 26 und 27 zeigen im Vergleich die Ergebnisse im Mittelschnitt a-a der Platte, die vom Programm *ELPLA* und von *Stark/ Majer* (1988) und *Borowicka* erhalten werden für mehrere relative Steifigkeiten  $k_B$ , wie in der Gleichung 18 nach *Borowicka* (1939) definiert.

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Die relative Steifigkeit des Boden-Plattensystems  $k_B$  wird definiert durch

$$K_b = \frac{1}{6} \left( \frac{1 - \nu_s^2}{1 - \nu_b^2} \right) \left( \frac{E_b}{E_s} \right) \left( \frac{d}{b} \right)^3 \quad (18)$$

wobei:

$\nu_b$ und $\nu_s$	Poissonzahl des Plattenmaterials und Bodens [-]
$E_b$ und $E_s$	Elastizitätsmodul des Plattenmaterial und Bodens [kN/m <sup>2</sup> ]
$b$	Halb-Breite der Streifenplatte oder Radius der Kreisplatte [m]
$d$	Dicke der Platte [m]

$k_B = 0.0$  bedeutet eine perfekt schlaffe Platte,  $k_B = \infty$  bedeutet eine perfekt starre Platte. Gleichung 18 wurde für  $k_B = \pi/30$ ,  $\pi/10$  und  $\pi/3$  ausgewertet.

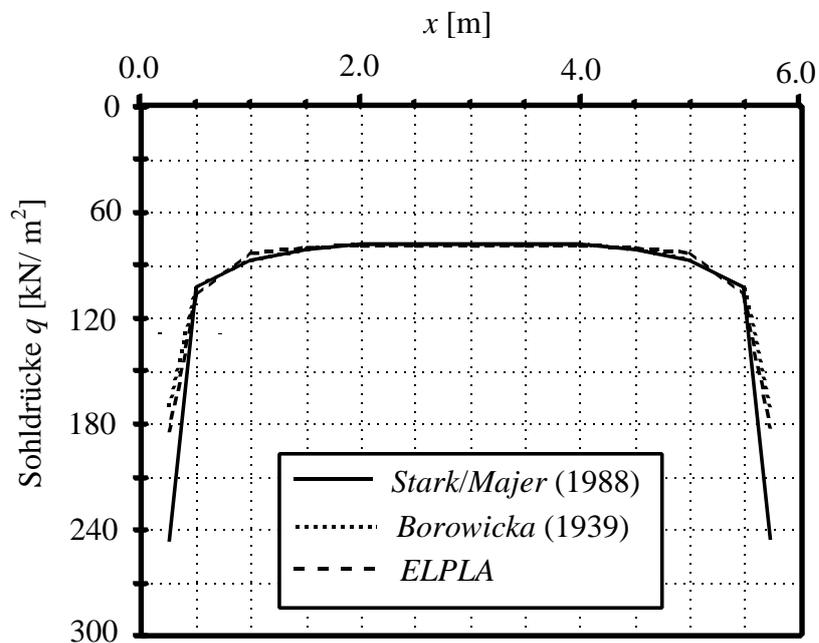


Bild 25 Sohldruckverteilung  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] im Schnitt a-a,  $k_B = \pi/30$ ,  $d = 18.5$  [cm]

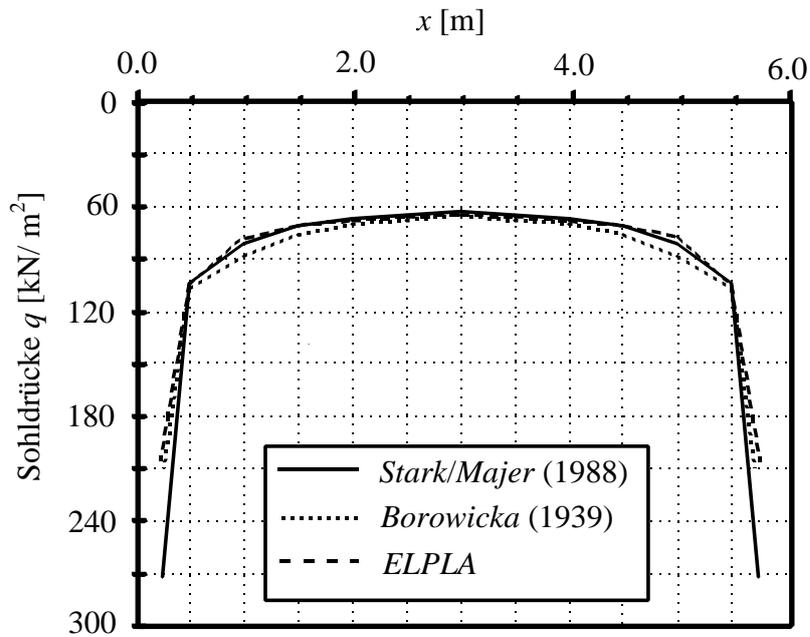


Bild 26 Sohldruckverteilung  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] im Schnitt a-a,  $k_B = \pi/10$ ,  $d = 26.7$  [cm]

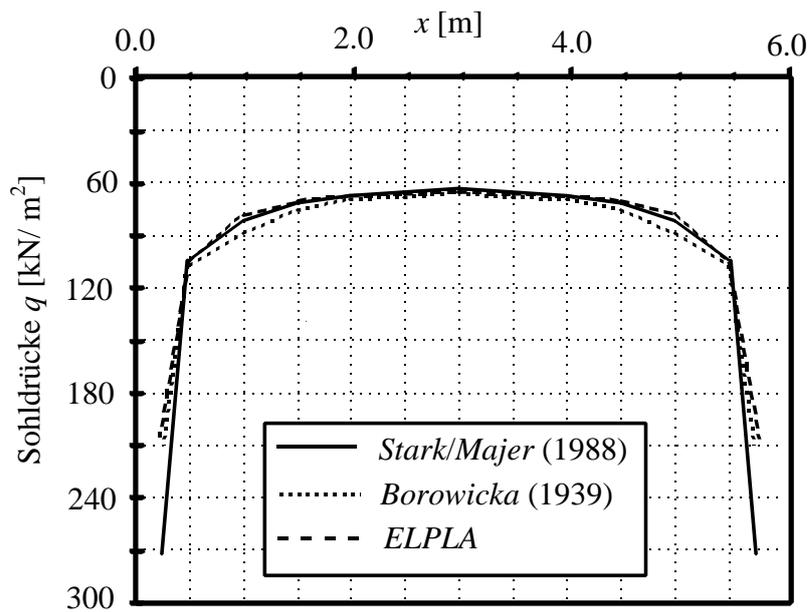


Bild 27 Sohldruckverteilung  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] im Schnitt a-a,  $k_B = \pi/3$ ,  $d = 40$  [cm]

Auf den Bildern 25 bis 27 ist zu sehen, dass die Ergebnisse vom Programm *ELPLA* für die elastischen Platten denen von *Stark / Majer* (1988) und *Borowicka* (1939) ziemlich gleichen.

## Beispiel 17: Überprüfung des Bettungsmodul- und Halbraumverfahrens

### 1 Aufgabenstellung

Ein einfaches Beispiel wird durchgeführt zur Überprüfung des Bettungsmodul- und Halbraumverfahrens durch Vergleichen der Ergebnisse vom Programm *ELPLA* mit denen von *Mikhael* (1978), Beispiel 34, Seite 189, und *Henedy* (1987), Abschnitt 3.6, Seite 66) oder *Bazaraa* (1997).

Eine quadratische Platte von 0.4 [m] Dicke und 10 [m] Seitenlänge wird gewählt und in 64 Quadratelemente unterteilt. Jedes Element hat Abmessungen von 1.25 [m] × 1.25 [m]. Die Platte überträgt vier Stützenlasten, jede 500 [kN], wie im Bild 28 gezeigt.

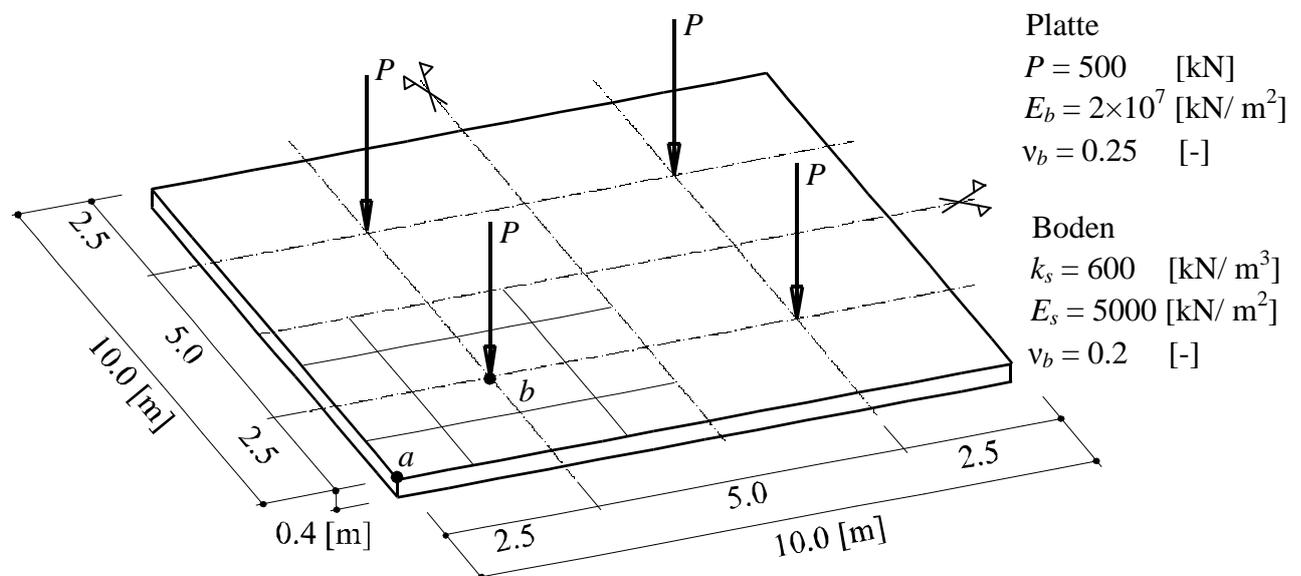


Bild 28 Abmessungen der Platte, FE-Netz und Lasten

Für das Plattenmaterial gilt:

Elastizitätsmodul	$E_b$	$= 2 \times 10^7$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Poissonzahl	$\nu_b$	$= 0.25$	[-]
Wichte	$\gamma_b$	$= 0.0$	[kN/m <sup>3</sup> ]

Das Eigengewicht des Betons wird vernachlässigt.

### 2 Ergebnisse

Bei dem gewählten System ist der Baugrund horizontal geschichtet. Ferner sind sowohl der Grundriss als auch die Lasten symmetrisch angeordnet. Diese zweiachsige Symmetrie der Form und Lastgeometrie bezüglich der  $x$ - und  $y$ -Achse wird in der Berechnung genutzt, indem nur ein Viertel der Plattengründung berechnet wird.

a) Bettungsmodulverfahren

Die Platte ruht auf Federn. Die Federn haben einen konstanten Bettungsmodul  $k_s = 600 \text{ [kN/m}^3\text{]}$ . Tabelle 21 vergleicht die Ergebnisse von *ELPLA* mit denen von *Mikhaiel* (1978) und *Bazaraa* (1997) an den gewählten Punkten *a* und *b*.

Tabelle 21 Vergleichende Untersuchung der Ergebnisse von *Mikhaiel* (1978), *Bazaraa* (1997) und *ELPLA* (Bettungsmodulverfahren)

Setzung $s$ [cm]	<i>Mikhaiel</i> (1978)	<i>Bazaraa</i> (1997)	<i>ELPLA</i>
unter der Stütze (Punkt <i>b</i> )	3.401	3.411	3.412
an der Ecke (Punkt <i>a</i> )	3.143	3.070	3.069

b) Halbraumverfahren

Dasselbe Problem im Bild 28 wird für das Halbraumverfahren untersucht. Der Elastizitätsmodul des Bodens ist  $E_s = 5000 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ , während die *Poissonzahl* des Bodens  $\nu_s = 0.2 \text{ [-]}$  ist. Die Ergebnisse für das Halbraumverfahren nach *Mikhaiel* (1978), *Bazaraa* (1997) und *ELPLA* an den gewählten Punkten *a* und *b* werden in der Tabelle 22 gezeigt.

Tabelle 22 Vergleichende Untersuchung der Ergebnisse von *Mikhaiel* (1978), *Bazaraa* (1997) und *ELPLA* (Halbraumverfahren)

Setzung $s$ [cm]	<i>Mikhaiel</i> (1978)	<i>Bazaraa</i> (1997)	<i>ELPLA</i>
unter der Stütze (Punkt <i>b</i> )	3.421	3.440	3.458
an der Ecke (Punkt <i>a</i> )	2.834	2.709	2.746

Aus den Tabellen 21 und 22 ist ersichtlich, dass die Ergebnisse vom Programm *ELPLA* für das Bettungsmodul- und Halbraumverfahren denen von *Mikhaiel* (1978) und *Bazaraa* (1997) ziemlich gleichen.

## Beispiel 18: Überprüfung einer gelenkig gelagerten Platte

### 1 Aufgabenstellung

Zur Überprüfung der Rechengenauigkeit für die Finite-Element-Methode und des Konvergenzverhaltens der Steifigkeitsmatrix werden die Maximalwerte der Verschiebung  $w$ , Momente  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_{xy}$  einer gelenkig gelagerten Rechteckplatte an verschiedenen Netzen von finiten Elementen verwendet. Die Platte trägt eine gleichförmige Last von  $p = 100 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ , wie im Bild 29 gezeigt. Der Elastizitätsmodul des Plattenmaterials ist  $E_b = 1.2 \times 10^7 \text{ [kN/m}^2\text{]}$  und die *Poissonzahl* ist  $\nu_b = 0 \text{ [-]}$ . Die Plattendicke beträgt  $d = 0.1 \text{ [m]}$ .

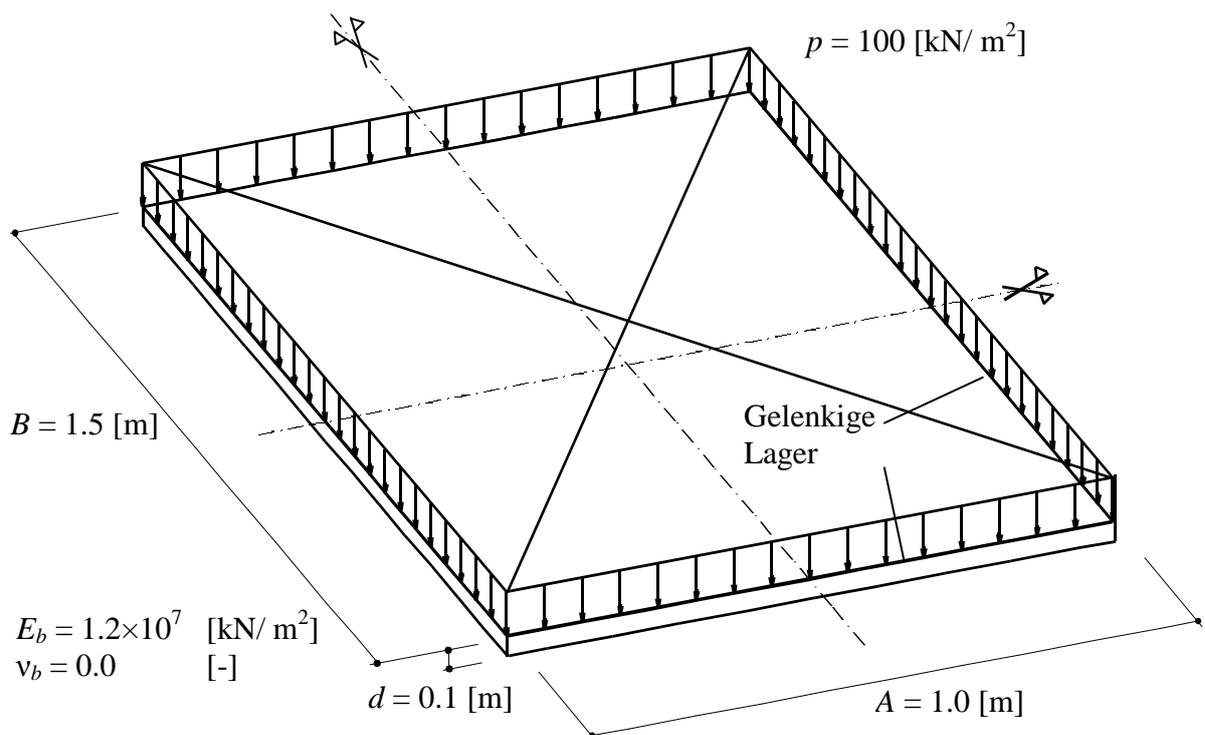


Bild 29 Abmessungen der Platte, FE-Netz und Lasten

### 2 Lösung der Aufgabe

Aufgrund der doppelten Symmetrie um die  $x$ - und  $y$ -Achse genügt es, ein Viertel der Platte zu berechnen. Die finiten Element-Netze der Platte werden im Bild 30 gezeigt. Die Ergebnisse von *ELPLA* werden mit den bekannten Plattentafeln von *Czerny* (1955) und mit denen von *Falter* (1992) nach der Finite-Element-Methode in den Tabellen 23 bis 26 verglichen. Aus diesen Tabellen ist ersichtlich, dass die Ergebnisse der Verschiebung von *ELPLA* mit denen von *Falter* (1992) übereinstimmen, bei Verwendung der Finite-Element-Methode. Eine ausreichende Genauigkeit für die Ergebnisse kann am Plattennetz von 4 Elementen entsprechend den Plattentafeln von *Czerny* berücksichtigt werden.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

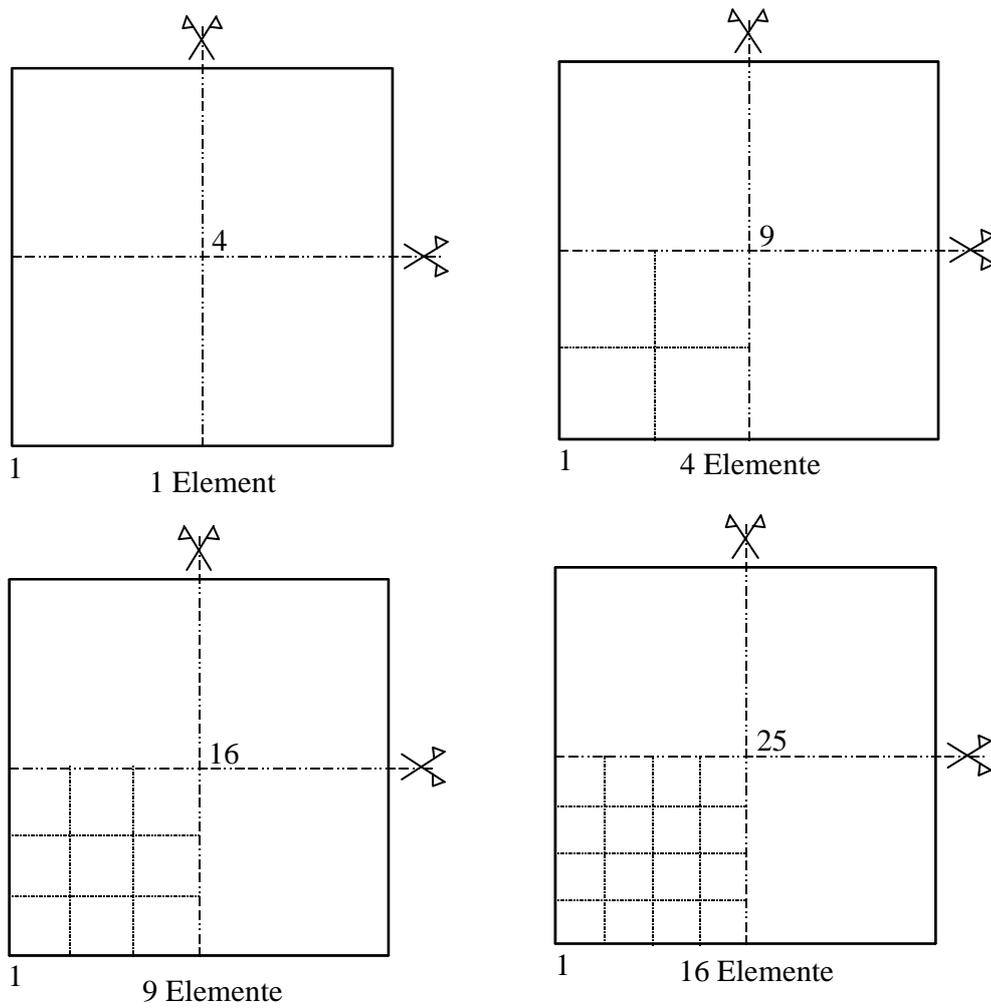


Bild 30 FE-Netze der Platte

Tabelle 23 Verschiebung  $w$  [cm] bei Verwenden der Plattentafeln von *Czerny* (1955), nach *Falter* (1992) und *ELPLA*

Anzahl der Elemente	Knoten-Nr.	Verschiebung $w$ [cm]		
		<i>Czerny</i> (1955)	<i>Falter</i> (1992)	<i>ELPLA</i>
1	4	0.077	0.094	0.094
4	9		0.082	0.082
9	16		0.079	0.079
16	25		0.078	0.078

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 24 Momente  $m_x$  [kN.m/m] nach *Czerny* (1955), *Falter* (1992) und *ELPLA*

Anzahl der Elemente	Knoten-Nr.	Momente $m_x$ [cm]		
		<i>Czerny</i> (1955)	<i>Falter</i> (1992)	<i>ELPLA</i>
1	4	7.30	10.29	10.29
4	9		7.99	7.99
9	16		7.58	7.59
16	25		7.45	7.45

Tabelle 25 Momente  $m_y$  [kN.m/m] nach *Czerny* (1955), *Falter* (1992) und *ELPLA*

Anzahl der Elemente	Knoten-Nr.	Momente $m_y$ [cm]		
		<i>Czerny</i> (1955)	<i>Falter</i> (1992)	<i>ELPLA</i>
1	4	2.88	3.36	3.36
4	6		3.42	3.29
9	12		2.98	2.98
16	20		2.89	2.89

Tabelle 26 Momente  $m_{xy}$  [kN.m/m] nach *Czerny* (1955), *Falter* (1992) und *ELPLA*

Anzahl der Elemente	Knoten-Nr.	Momente $m_{xy}$ [cm]		
		<i>Czerny</i> (1955)	<i>Falter</i> (1992)	<i>ELPLA</i>
1	1	6.13	6.57	6.57
4	1		6.35	6.35
9	1		6.26	6.26
16	1		6.22	6.22

## Beispiel 19: Auswertung der Iterationsverfahren

### 1 Aufgabenstellung

Eine der Schwierigkeiten bei der Anwendung des Steifemodulverfahrens für praktische Probleme ist die lange Rechenzeit. Deshalb wird ein Beispiel gewählt, um Zeit und Genauigkeit zu vergleichen, die zur Berechnung benötigt werden. Dabei werden folgende 3 Berechnungsverfahren angewendet (Tabelle 27):

Tabelle 27 Berechnungsverfahren

Verfahren Nr.	Verfahren
4	Berechnung mit variablem iterativ verbessertem Bettungsmodul nach <i>Ahrens/ Winselmann</i> (1984)
6	Steifemodulverfahren nach <i>El Gendy</i> (1998): Lösung des Gleichungssystems 6 mit Iteration
7	Steifemodulverfahren: Lösung des Gleichungssystems 7 mit Elimination

Um die iterativen Verfahren im Programm *ELPLA* auszuwerten, wird eine Platte mit der Größe 10 [m] × 20 [m] und 0.6 [m] Dicke untersucht, wie im Bild 31 dargestellt.

### 2 Bodenkennwerte

Der Baugrund besteht aus zwei Schichten mit unterschiedlichen Bodenkennwerten. Die Steifemoduli der 2 Schichten sind  $E_{s1} = 20\,000$  [kN/m<sup>2</sup>] und  $E_{s2} = 100\,000$  [kN/m<sup>2</sup>]. Die zwei Schichten sind 5 [m] und 10 [m] dick und verlaufen horizontal. Die *Poissonzahl* wird mit  $\nu_s = 0.0$  [-] für das Bodenmaterial angesetzt.

### 3 Materialkennwerte des Betons

Für Plattenmaterial gilt:

Elastizitätsmodul	$E_b$	=	$2.6 \times 10^7$	[kN/m <sup>2</sup> ]
<i>Poissonzahl</i>	$\nu_b$	=	0.15	[-]
Wichte	$\gamma_b$	=	0.0	[kN/m <sup>3</sup> ]

Das Eigengewicht des Betons wird in diesem Beispiel vernachlässigt.

### 4 Lasten

Es sind 15 symmetrisch verteilte Einzellasten auf die Platte vorhanden, wie im Bild 31 dargestellt. Jede der drei Innenstützen trägt eine Last von  $P_3 = 1850$  [kN], jede der Randstützen trägt eine Last von  $P_2 = 1200$  [kN], jede der Eckstützen trägt eine Last von  $P_1 = 750$  [kN].

## 5 Lösung der Aufgabe

Die Platte wird in 1056 Elemente unterteilt. Dadurch ergeben sich 1125 Knotenpunkte der gesamten Platte mit 1125 Bodenknoten, wie im Bild 31 dargestellt. Bei dem gewählten System ist der Baugrund horizontal geschichtet. Ferner sind sowohl der Grundriss als auch die Lasten symmetrisch angeordnet. Diese Symmetrie wird in der Berechnung genutzt. Ein Viertel der Platte hat 299 Knoten, jeder Knoten hat drei Unbekannte ( $w$ ,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ). Es ergeben sich für die Berechnung 897 Gleichungen bei Verwendung des Verfahrens 7.

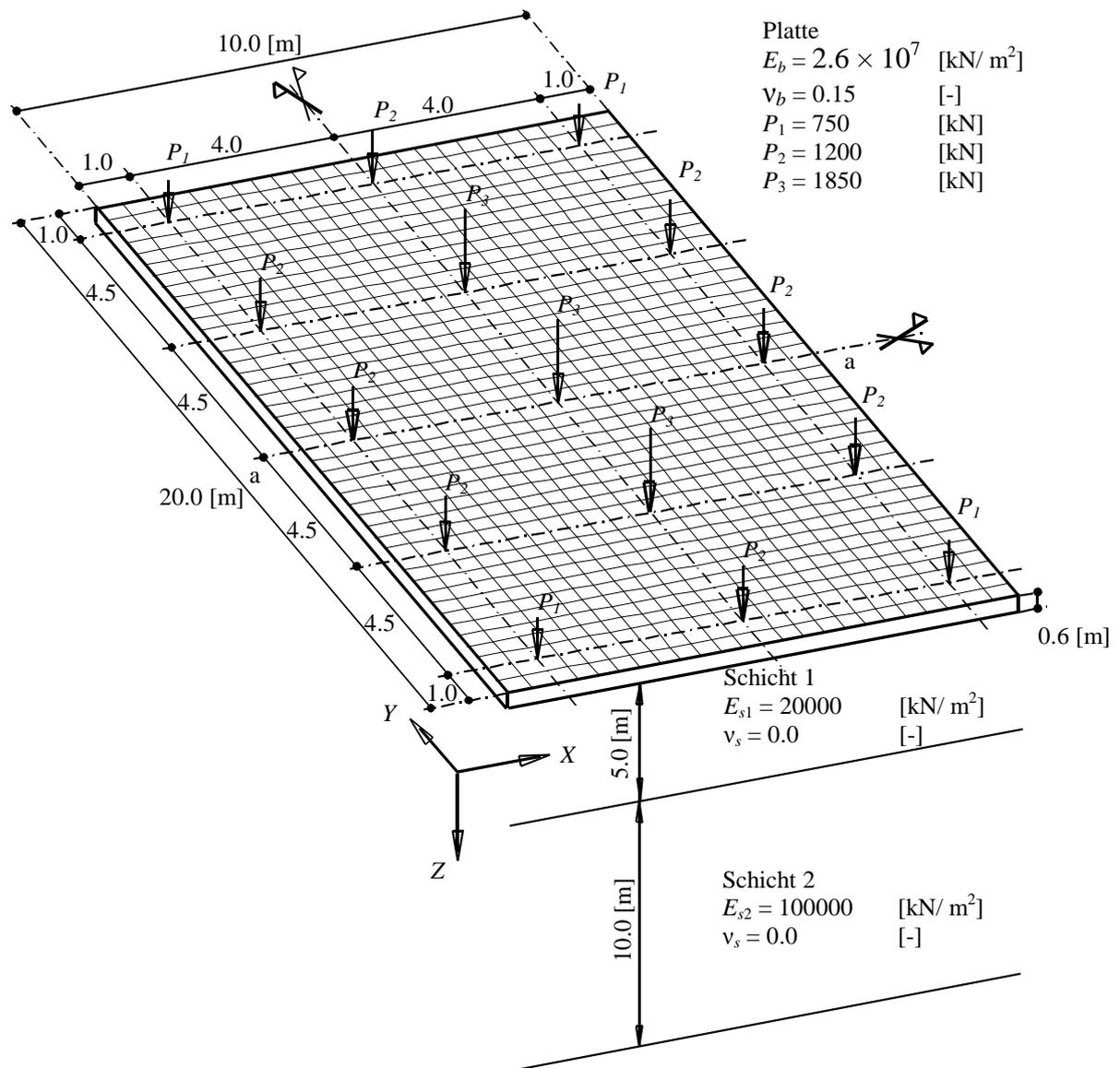


Bild 31 Grundriss der Platte, Belastung, FE-Netz und Schichtung des Baugrunds

## 6 Auswertung der Iterationsverfahren 6

Um die Konvergenz der Iterationsverfahren 6 aufzuzeigen, werden die Setzungen  $s$ , die Sohldrücke  $q$  und Momente  $m_x$  im Mittelschnitt a-a der Platte bei mehreren Iterationsschritten geplottet (Bild 32 bis 34). Es ist zu bemerken, dass die Ergebnisse nach nur zwei Schritten erhalten werden. Auch der erste Schritt ergibt schon brauchbare Ergebnisse mit maximalen Setzungsfehlern von 2.9 [%].

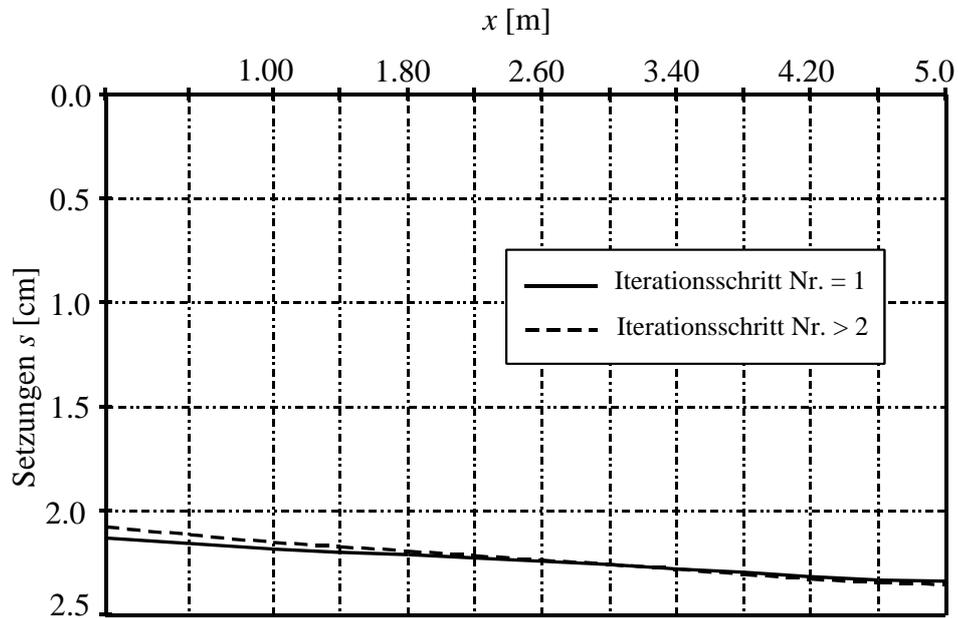


Bild 32 Setzungen  $s$  [cm] im Mittelschnitt a-a der Platte bei mehreren Iterationsschritten

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

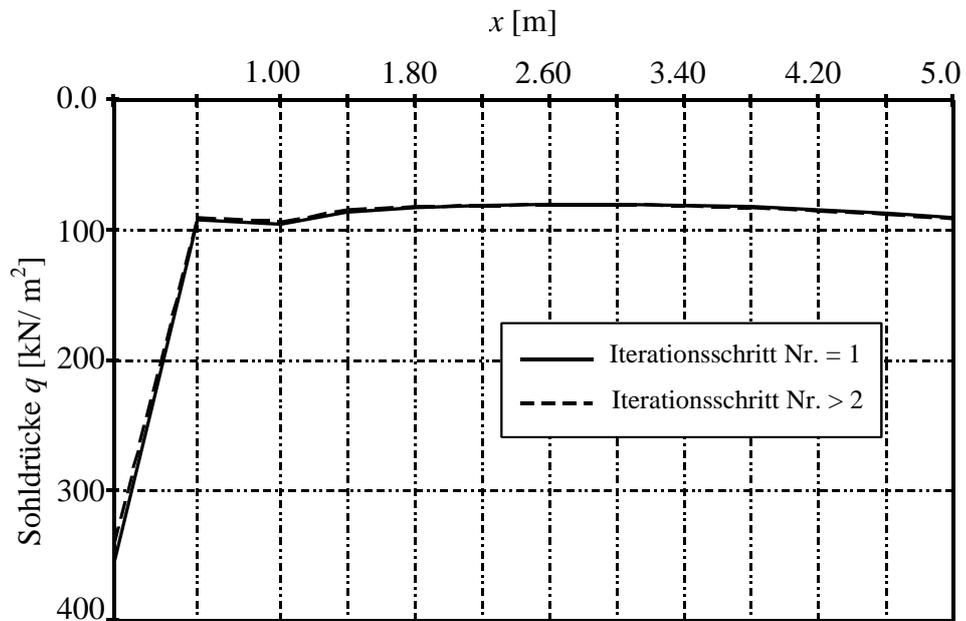


Bild 33 Sohldrücke  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] im Mittelschnitt a-a der Platte bei mehreren Iterationsschritten

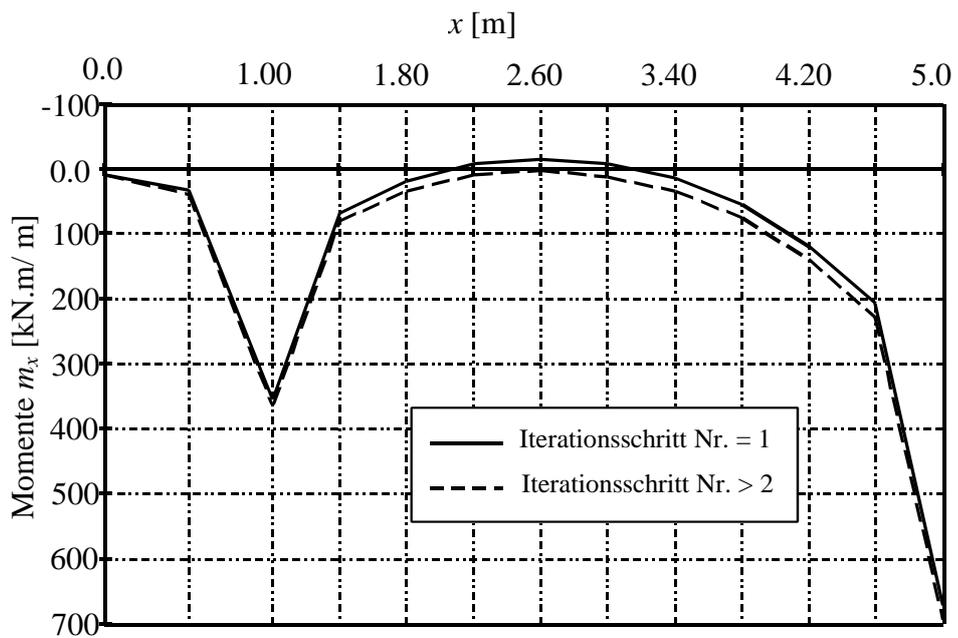


Bild 34 Momente  $m_x$  [kN.m/m] im Mittelschnitt a-a der Platte bei mehreren Iterationsschritten

## 7 Vergleich zwischen Iterationsverfahren 4 und 6

Um die Geschwindigkeit der Konvergenz der Iterationsverfahren 4 und 6 zu zeigen, wird ein Vergleich zwischen den zwei Iterationsverfahren für das Steifemodulverfahren durchgeführt. Die maximale Differenz zwischen der Setzung, die berechnet wird im Iterationsschritt  $i$ , und der Setzung im vorherigen Schritt  $i-1$  wird bezeichnet als Genauigkeit für die beiden Iterationsverfahren 4 und 6. Die Iterationsschritt Nr. mit der Genauigkeit für die beiden Verfahren ist im Bild 35 geplottet. Dieses Bild zeigt, dass Verfahren 6 schneller konvergiert als Verfahren 4. Das Iterationsverfahren 6 braucht vier Iterationszyklen, während das Iterationsverfahren 4 65 Iterationszyklen braucht, um die gleiche Genauigkeitszahl zu erreichen.

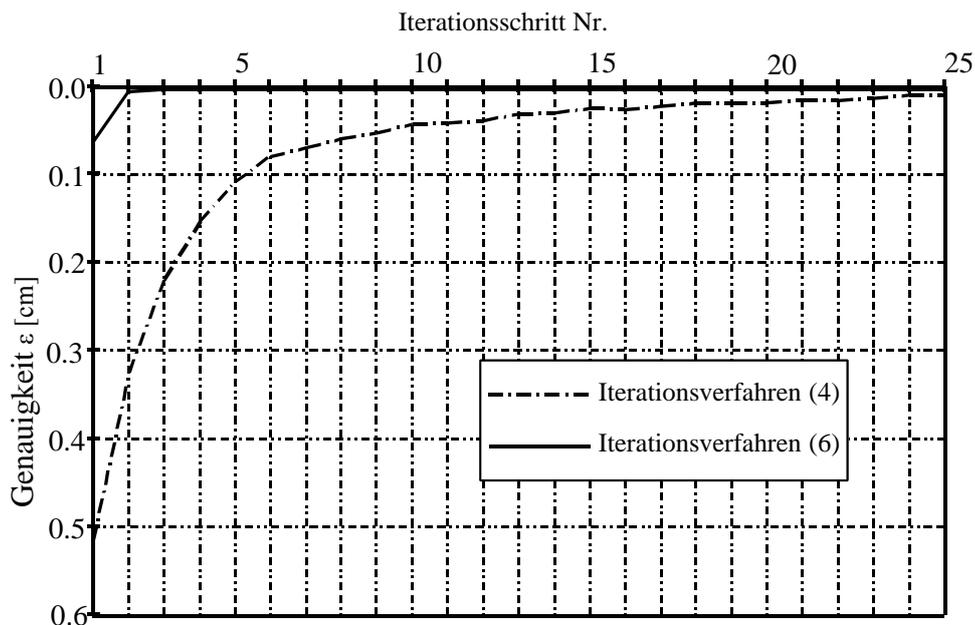


Bild 35 Iterationsschritt Nr. mit der erzielten Genauigkeit für die Iterationsverfahren 4 und 6

## 8 Bestimmung der erforderlichen Rechenzeit zur Berechnung der Platte

Tabelle 28 zeigt die Rechenzeit für die Berechnung der Platte bei Verwendung der Verfahren 4, 6 und 7. Die Genauigkeit wird auf  $\varepsilon = 0.0016$  [cm] für die beiden Iterationsverfahren 4 und 6 festgelegt. Die Berechnung wird mit einem Computer Pentium 100 durchgeführt.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 28 Bestimmung der Rechenzeit zur Berechnung der Platte (Computer Pentium 100)

Berechnungsverfahren		Verfahren 4	Verfahren 6	Verfahren 7
Anzahl der Iterationsschritte		65	4	-
Mittelpunktssetzung [cm]		2.31	2.31	2.31
CPU Zeit [Min] nötig für	Generierung der Steifigkeitsmatrix des Bodens	-	1.05	1.05
	Generierung der Plattensteifigkeitsmatrix	-	-	0.04
	Iterationsprozess	6.90	0.99	-
	Lösung des Gleichungssystem	-	-	11.30
	Gesamtzeit [Min]	6.90	2.04	12.39

Tabelle 28 zeigt, dass die Verfahren 4 und 6 nach wenigen Schritten des Iterationsprozesses zu schnellen Ergebnissen führen, dies gilt insbesondere für Verfahren 6.

Die so erhaltenen Setzungswerte im Plattenzentrum sind identisch mit denen des Verfahrens 7, bei dem das Gleichungssystem durch Elimination gelöst wurde.

Die Rechenzeiten mit einem Pentium 100 Computer zur Berechnung eines Viertels der Platte betragen 6.90, 2.04 und 12.39 Minuten bei Verwendung der Verfahren 4, 6 und 7. Daraus lässt sich schließen, dass man bei einer symmetrischen Platte die Vorteile der Symmetrie nutzen und nur einen Teil der Platte in seine Berechnungen einbeziehen sollte, um die Rechenzeit zu verkürzen.

## Beispiel 20: Untersuchung des Einflusses der Vorbelastung

### 1 Aufgabenstellung

In diesem Beispiel werden bei den Steifemoduli die Einflüsse der Vorbelastung auf die Setzungen, Sohldrücke und Biegemomente untersucht. Mit dem Rechenprogramm *ELPLA* kann das bilineare Baugrundverhalten nach dem Steifemodulverfahren 7 erfasst werden.

Eine quadratische Gründungsplatte mit den Grundrissabmessungen  $18 \times 18$  [m<sup>2</sup>] unter einem Turm soll berechnet werden, wie im Bild 36 dargestellt. Es handelt sich um eine 0.75 [m] dicke Stahlbetonplatte.

Mit dem Programm *ELPLA* werden für den Steifemodul  $E_s = 4149$  [kN/m<sup>2</sup>] die Einflüsse der Vorbelastung ( $q_v$ ,  $W_v$ ) auf die Setzungen, Sohldrücke und Biegemomente untersucht und im Folgenden dargestellt. Zum Vergleich werden 3 Berechnungen mit folgenden jeweils unterschiedlichen Annahmen durchgeführt:

- a) Es wird ohne Vorbelastung gerechnet, indem der Steifemodul für Wiederbelastung  $W_s$  so groß wie der Steifemodul für Erstbelastung  $E_s$  angenommen wird
- b) Der Steifemodul für Wiederbelastung  $W_s$  ist sehr groß ( $W_s = 9 \times 10^8$  [kN/m<sup>2</sup>]); die Wiederbelastung des Bodens ergibt also fast keine Setzungen
- c) Der Steifemodul für Wiederbelastung  $W_s = 12447$  [kN/m<sup>2</sup>] ist dreimal so groß wie der Steifemodul für Erstbelastung  $E_s = 4149$  [kN/m<sup>2</sup>], weil der Knick im Lastsetzungsdiagramm berücksichtigt wird

### 2 Materialkennwerte des Betons

Für das Plattenmaterial gilt:

Elastizitätsmodul	$E_b$	$= 2 \times 10^7$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Poissonzahl	$\nu_b$	$= 0.25$	[-]
Wichte	$\gamma_b$	$= 25$	[kN/m <sup>3</sup> ]

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

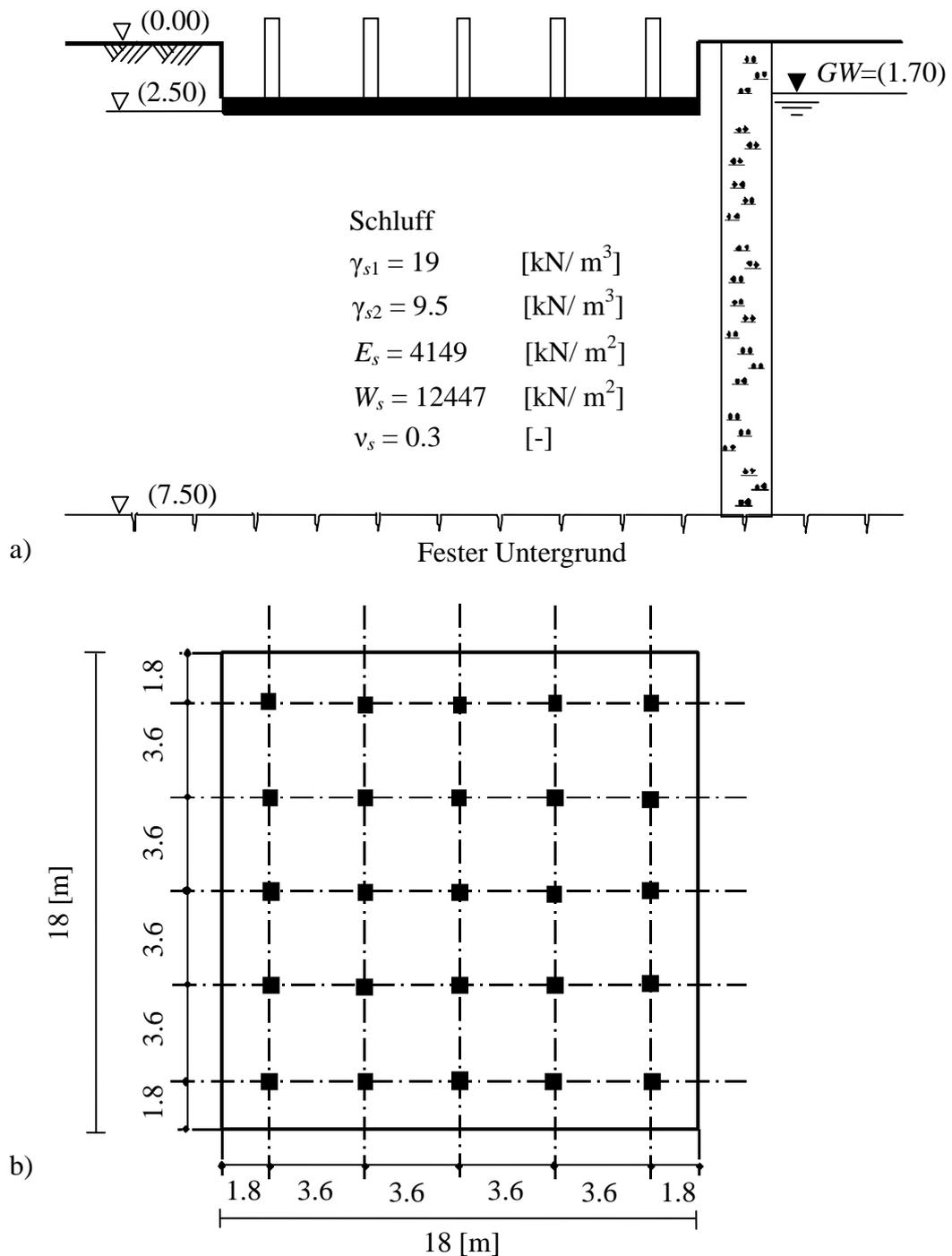


Bild 36 a) Querschnitt mit Schichtenbild  
 b) Abmessungen [m] und Belastungen (je 1685 [kN])

### 3 Bodenkennwerte

Die Gründungstiefe beträgt  $d_f = 2.5$  [m]. Die Schichtverhältnisse und die aus Kompressionsversuchen gewonnenen Steifemoduli  $E_s$  (für Erstbelastung) und  $W_s$  (für Wiederbelastung) sind im Bodenprofil von Bild 36a angegeben. Der Grundwasserstand liegt bei  $G_W = 1.70$  [m] unter Geländeoberkante. Der unter dem Schluff anstehende Geschiebemergel ist so fest (s. Bild 36), dass seine Zusammendrückbarkeit vernachlässigt werden darf. Die Schichtgrenze verläuft horizontal.

Für das Bodenmaterial (Schluff) werden folgende Parameter angenommen:

Wichte über dem Grundwasserspiegel	$\gamma_{s1}$	= 19	[kN/m <sup>3</sup> ]
Wichte unter dem Grundwasserspiegel	$\gamma_{s2}$	= 9.5	[kN/m <sup>3</sup> ]
Steifemodul für Erstbelastung	$E_s$	= 4149	[kN/m <sup>2</sup> ]
Steifemodul für Wiederbelastung	$W_s$	= 12447	[kN/m <sup>2</sup> ]
Poissonzahl	$\nu_s$	= 0.3	[-]

### 4 Lasten

Die 25 Stützen übertragen je 1685 [kN] Last auf die Sohlplatte. Die Lasten ergeben eine mittlere Sohlpressung auf dem Boden,  $q_{av} = 130$  [kN/m<sup>2</sup>]. Die Stützen werden in jeder Richtung gleich verteilt, 3.6 [m] auseinander, wie im Bild 36b gezeigt.

### 5 Lösung der Aufgabe

Bei dem gewählten System ist der Baugrund horizontal geschichtet. Ferner sind sowohl der Grundriss als auch die Lasten symmetrisch angeordnet. Diese zweiachsige Symmetrie der Form und Lastgeometrie bezüglich der  $x$ - und  $y$ -Achse wird bei der Berechnung genutzt, indem nur ein Viertel der Plattengründung berechnet wird, Bild 37. Dadurch wird die Rechenzeit erheblich reduziert.

Ein Netz von gleichen Quadratelementen wird gewählt. Jedes Element hat eine Seite von 1.8 [m]. Dann hat man nur insgesamt 36 Knotenpunkte, jeder mit 3 unbekanntem Verschiebungen, sodass die Gesamtzahl der Gleichungen sich auf 108 reduziert.

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

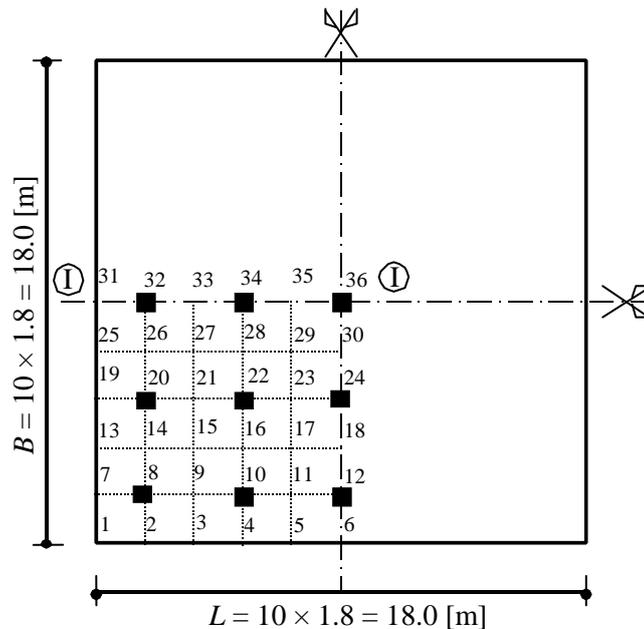


Bild 37 Unterteilung der Platte in Finite Elemente mit Knoten-Nummern

### 6 Ergebnisse und Auswertung

In den Bildern 38 bis 40 sind die zu erwartenden Setzungen  $s$ , die Sohldruckverteilung  $q$  und die Biegemomente  $m_x$  der Gründungsplatte für die 3 Berechnungen dargestellt. Wegen der zweiachsigen Symmetrie der Platte erfolgt nur die Darstellung in einem Quadranten, der an die Mittelschnitte der Platte (Schnitt I) angrenzt.

Die Ergebnisse mit und ohne Berücksichtigung der Vorbelastung zeigen, dass die Sohldrücke und Momente praktisch keine Unterschiede haben (Bild 39 und 40). Ein großer Unterschied zeigt sich dagegen bei den Setzungen (Bild 38).

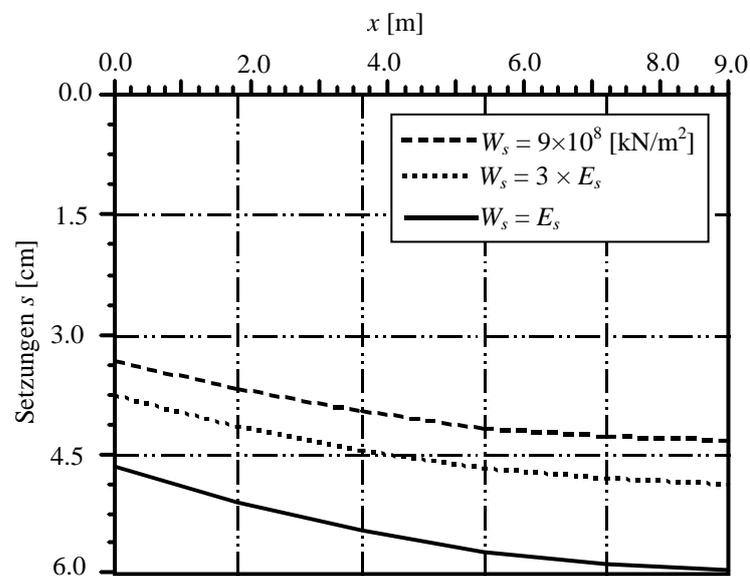


Bild 38 Setzungen  $s$  [cm] im Mittelschnitt der Platte

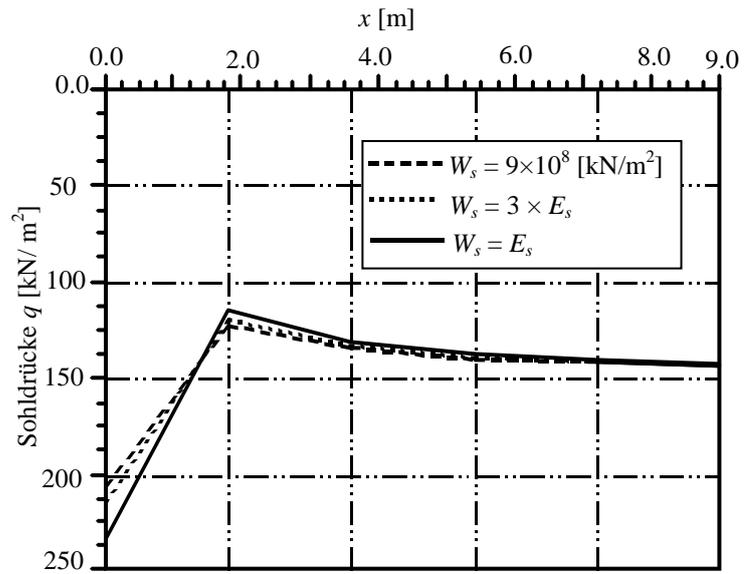


Bild 39 Sohldrücke  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] im Mittelschnitt der Platte

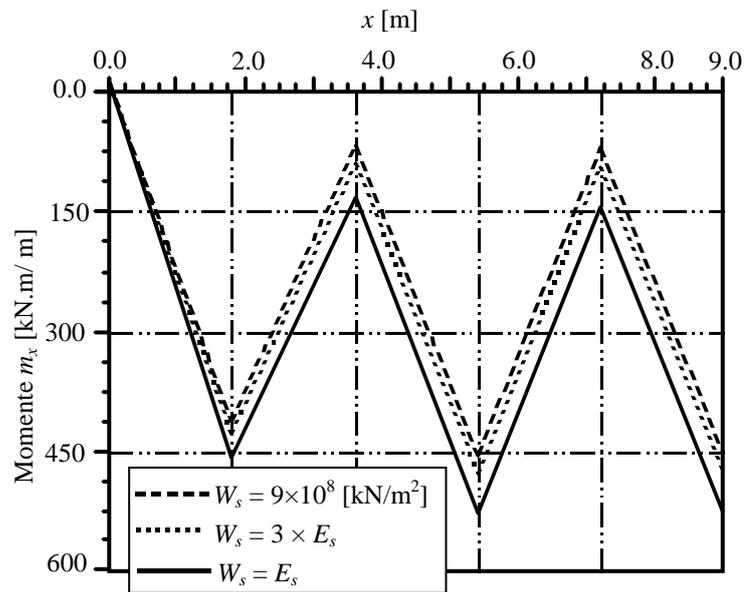


Bild 40 Momente  $m_x$  [kN.m/m] im Mittelschnitt der Platte

## Beispiel 21: Untersuchung des Einflusses der Lastgeometrie

### 1 Aufgabenstellung

In diesem Beispiel wird der Einfluss der Lastgeometrie auf die Setzungen und Schnittgrößen anhand der verschiedenen Berechnungsverfahren untersucht. Um die Unterschiede in den Berechnungsverfahren aufzuzeigen, werden von den in der Praxis üblichen 5 verschiedene Verfahren verwendet, wie in der Tabelle 29 gezeigt.

Tabelle 29 Berechnungsverfahren

Verfahren Nr.	Berechnungsverfahren
1	Spannungstrapezverfahren
2	Bettungsmodulverfahren
5	Halbraumverfahren
7	Steifemodulverfahren für die elastische Platte
8	Steifemodulverfahren für die starre Platte

Eine quadratische Platte von  $10 \times 10$  [m<sup>2</sup>] Größe wird untersucht. Sie wird in  $4 \times 36 = 144$  quadratische Elemente mit jeweils  $0.833 \times 0.833$  [m<sup>2</sup>] Fläche unterteilt. Dadurch ergeben sich  $13 \times 13 = 169$  Knotenpunkte der Platte mit  $13 \times 13 = 169$  Bodenknoten, wie im Bild 41 dargestellt.

### 2 Bodenkennwerte

Die Platten Gründung liegt auf gleichmäßigem Untergrund, der parallel zur Sohlfläche geschichtet ist. Der Untergrund ist eine Schicht von 10 [m] Mächtigkeit, die gleich der Plattenlänge ist. Die Fundamentdicke beträgt  $d = 0.4$  [m], Bild 41.

Für die Bodenkennwerte gilt:

Steifemodul	$E_s$	= 10000	[kN/m <sup>2</sup> ]
Poissonzahl	$\nu_s$	= 0.20	[-]
Wichte	$\gamma_s$	= 18	[kN/m <sup>3</sup> ]

### 3 Materialkennwerte des Betons

Für das Plattenmaterial gilt:

Elastizitätsmodul	$E_b$	= $2 \times 10^7$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Poissonzahl	$\nu_b$	= 0.25	[-]
Wichte	$\gamma_b$	= 0.0	[kN/m <sup>3</sup> ]

Das Eigengewicht des Betons wird vernachlässigt.

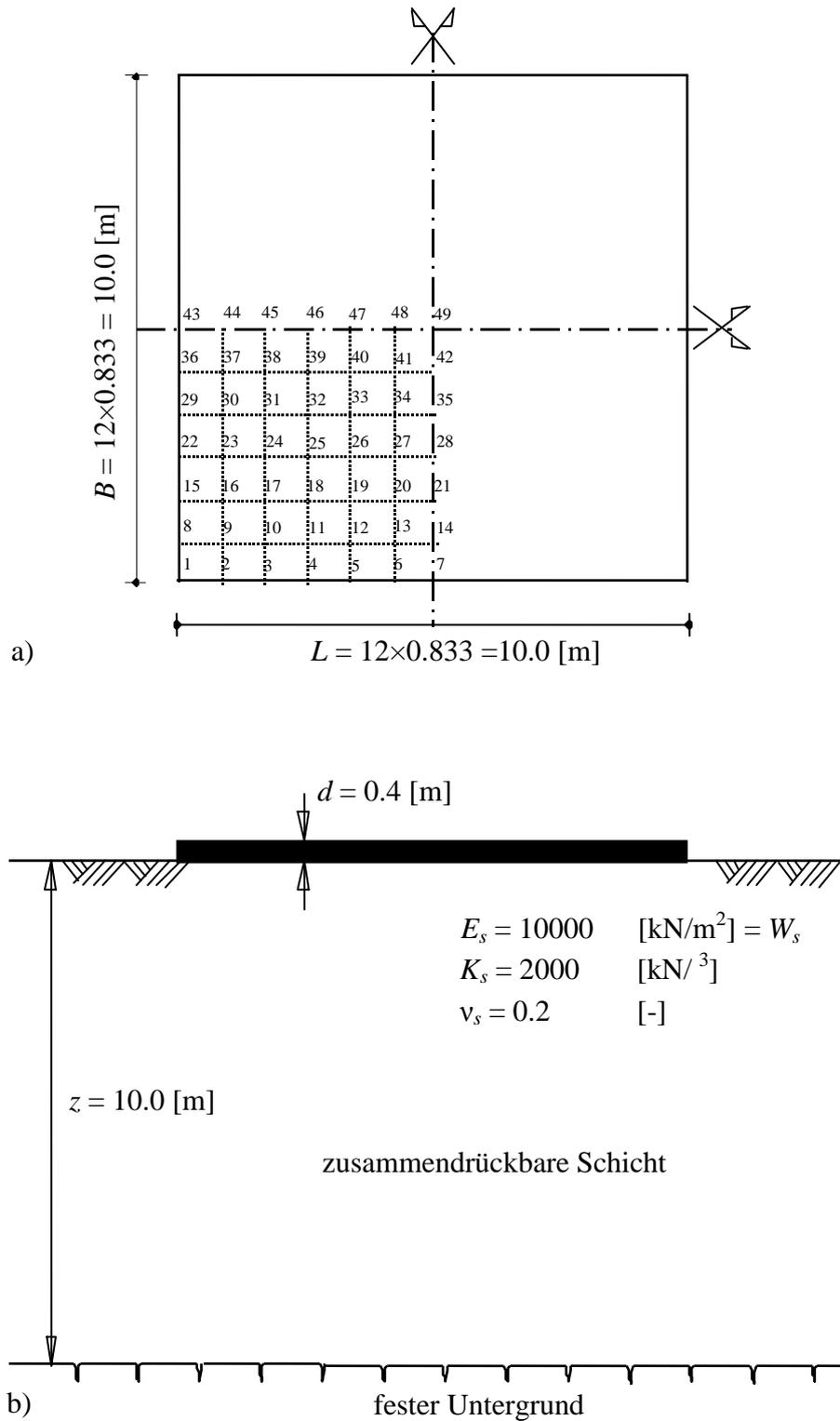


Bild 41

- a) Unterteilung der Platte in Finite Elemente mit Knoten-Nummern
- b) Schichtung des Baugrunds

#### 4 Lasten

Um das Plattenverhalten unter verschiedenen Lastbedingungen zu veranschaulichen, werden 4 verschiedene Konfigurationen der äußeren Lasten gewählt. Jede Lastgruppe ergibt 2000 [kN] Gesamtlast (20 [kN/m<sup>2</sup>] mittlerer Sohldruck). Alle Lasten sind zweiachsig symmetrisch zu den Plattenachsen angeordnet, Bild 42.

- Lastgeometrie (a): gleichförmige Belastung (Intensität [20 kN/m<sup>2</sup>])  
 (b): 4 symmetrisch verteilte Einzellasten  $P = 500$  [kN]  
 (c): mittig wirkende Einzellast  $P_m = 2000$  [kN]  
 (d): 4 an den Ecken wirkende Einzellasten  $P$  mit je 500 [kN]

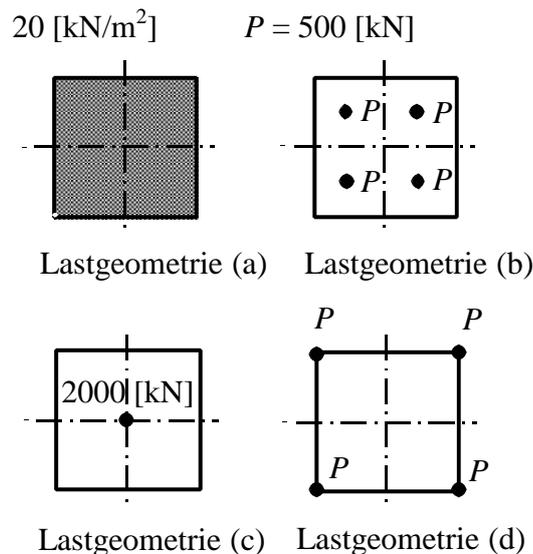


Bild 42 Belastungsanordnung in den Lastfällen (a) bis (d)

#### 5 Lösung der Aufgabe

Bei dem gewählten System ist der Baugrund horizontal geschichtet. Ferner sind sowohl der Grundriss als auch die Lasten symmetrisch angeordnet. Diese zweiachsige Symmetrie der Form und Lastgeometrie bezüglich der  $x$ - und  $y$ -Achse wird in der Berechnung genutzt, indem nur ein Viertel der Platten Gründung berechnet wird, Bild 41a. Dann hat man nur insgesamt 49 Knotenpunkte, jeder mit 3 unbekanntem Verschiebungen, sodass die Gesamtzahl der Gleichungen sich auf 147 reduziert.

## 5.1 Untersuchte Querschnitte

In der Auswertung werden zum Vergleich die Unterschiede der Berechnungsverfahren dargestellt. Hierzu werden die Ergebnisse für 4 verschiedene Lastgruppen an drei ausgewählten Abschnitten der Platte untersucht:

Schnitt I - I:	Plattenrand (Knoten 1 - 7)
Schnitt II - II:	Viertelschnitt durch die Platte (Knoten 22 - 28)
Schnitt III - III:	Schnitt in der Mitte der Platte (Knoten 43 - 49)

## 5.2 Berechnungsverfahren

Die Berechnung wird zuerst nach dem Steifemodulverfahren 7 durchgeführt. Dann wird dieselbe Platte mit denselben Lastdaten nach der Einfachen Annahme 1 und dem Bettungsmodulverfahren 2 berechnet, dann mit dem Halbraumverfahren 5 und dem Steifemodulverfahren 8 für die starre Platte.

## 5.3 Bettungsmodul

Zum Vergleich zwischen Bettungsmodulverfahren und Steifemodulverfahren wird ein Bettungsmodul angesetzt, mit dem sich nahezu derselbe Wert für die durchschnittliche Setzung ergibt wie beim Verfahren 7 (Steifemodulverfahren). Dieser Wert des Bettungsmoduls (für alle Knoten konstant) ist  $k_s = 2000 \text{ [kN/m}^3\text{]}$ .

## 6 Ergebnisse

### 6.1 Darstellungen

Die Ergebnisse in diesem Beispiel werden in den Bildern 43 bis 52 wiedergegeben, und zwar wie folgt:

- Die Bilder 43 bis 45 zeigen die im Beispiel 21 errechneten Setzungen (Verformungen) der Platte. Hierbei werden die Setzungen im Mittelschnitt (Schnitt III) der Platte dargestellt
- Die Bilder 46 bis 48 zeigen die Sohldruckverteilung am Rand (Schnitt I). Aufgetragen sind jeweils die Ergebnisse für 4 Lastkombinationen
- Die Bilder 49 bis 52 zeigen die Biegemomente in den 3 kritischen Schnitten I, II und III der Sohlplatte, und zwar für die Lastgeometrien (a) bis (d). Für die starre Platte können die Biegemomente nicht berechnet werden

### 6.2 Tabellen

Ferner werden nachfolgend die Ergebnisse zu diesem Beispiel in Tabellenform wiedergegeben. Die Tabellen 30 und 31 enthalten jeweils für einen der 4 Lastfälle Grenzwerte der Bodenpressungen  $q_{max}$  und der Setzungen  $s_{max}$ . In den 4 Zeilen dieser Tabellengruppe werden die Ergebnisse der 5 unterschiedlichen Berechnungsverfahren gezeigt, sodass man die Unterschiede gut erkennen kann.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

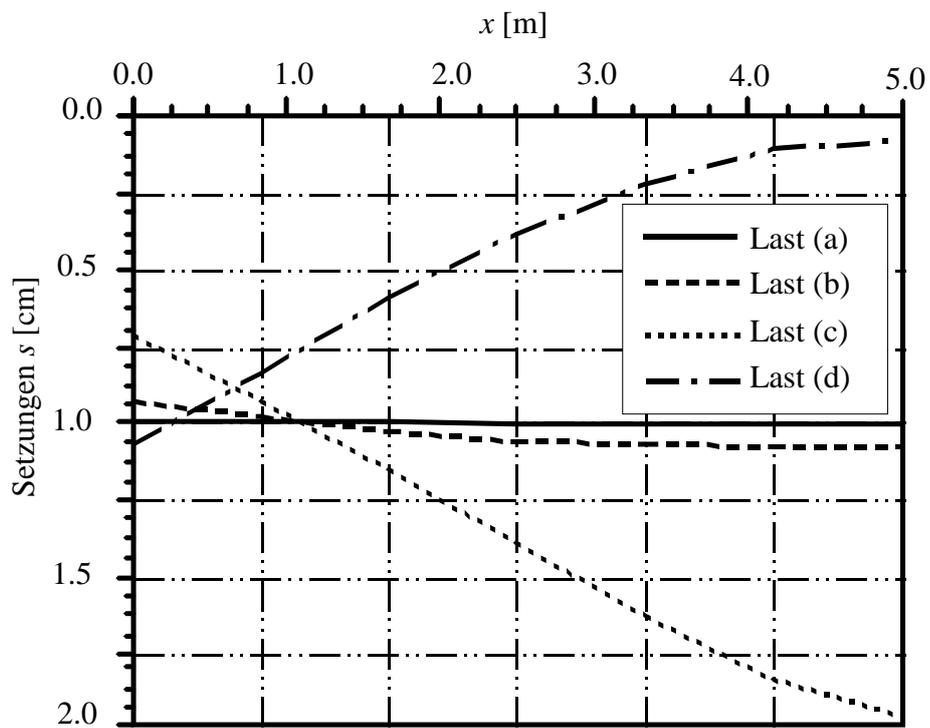


Bild 43 Setzungen  $s$  [cm] im Mittelschnitt der Platte (Bettungsmodulverfahren 2)

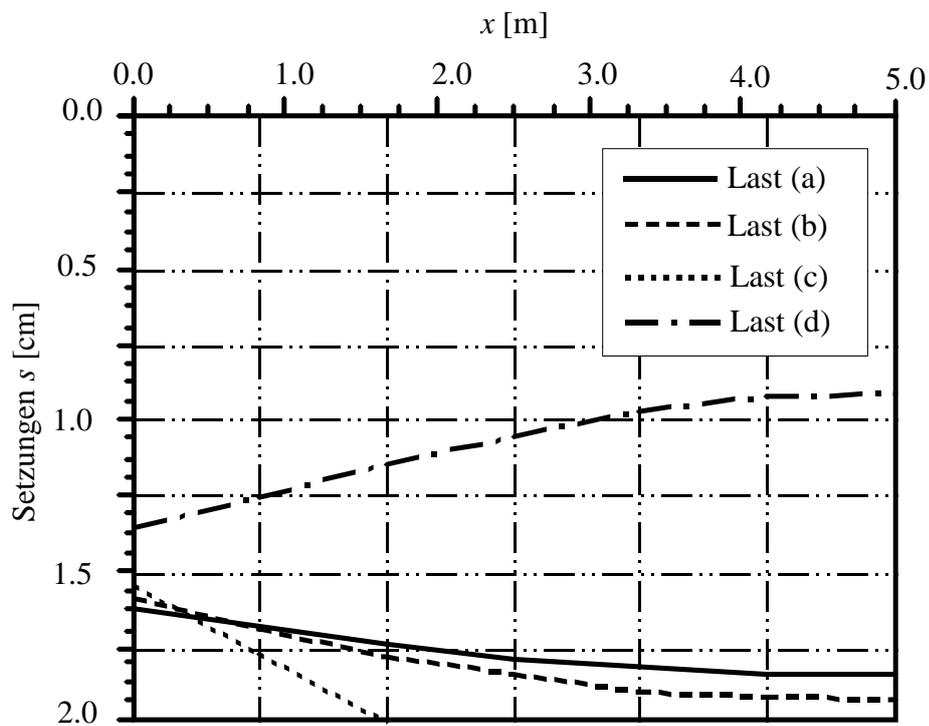


Bild 44 Setzungen  $s$  [cm] im Mittelschnitt der Platte (Halbraumverfahren 5)

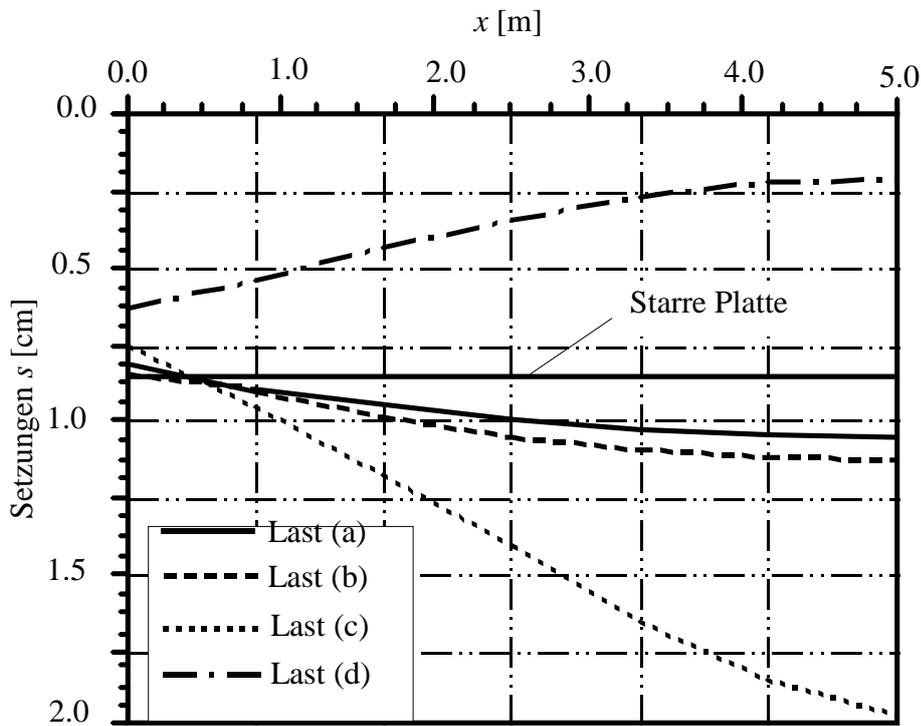


Bild 45 Setzungen  $s$  [cm] im Mittelschnitt der Platte (Steifemodulverfahren 7 und Starre Platte 8)

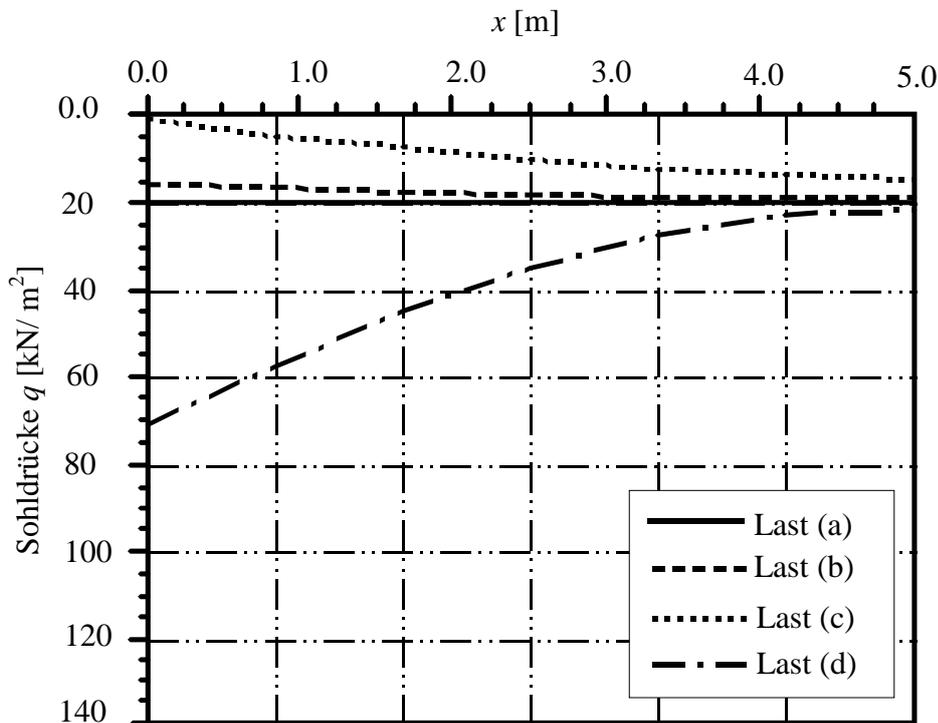


Bild 46 Sohldrücke  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] am Rand der Platte (Bettungsmodulverfahren 2)

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

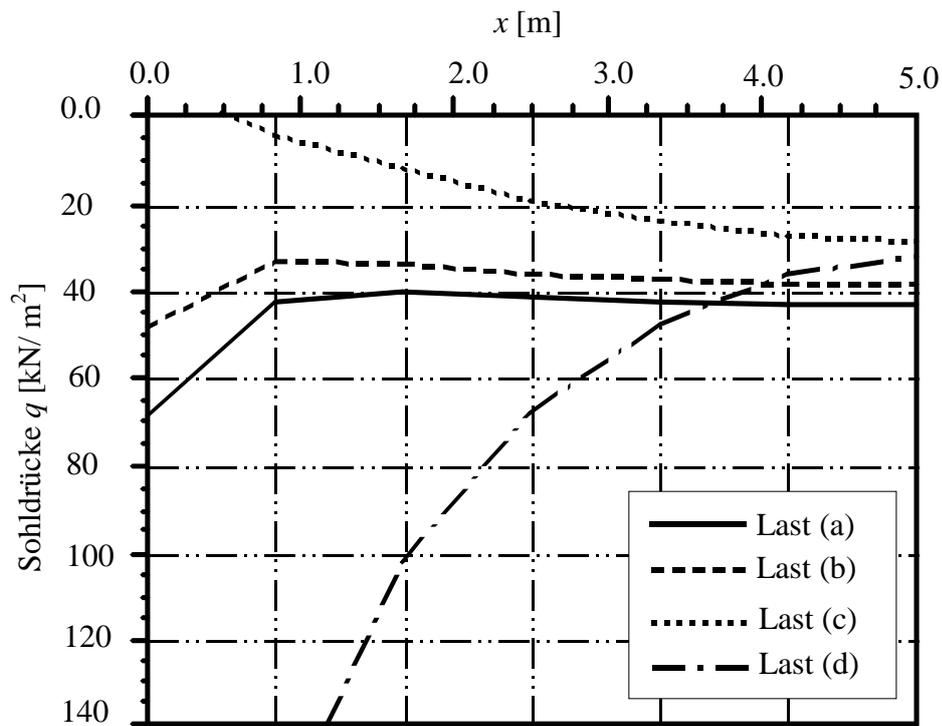


Bild 47 Sohldrücke  $q$  [ $\text{kN/m}^2$ ] am Rand der Platte (Halbraumverfahren 5)

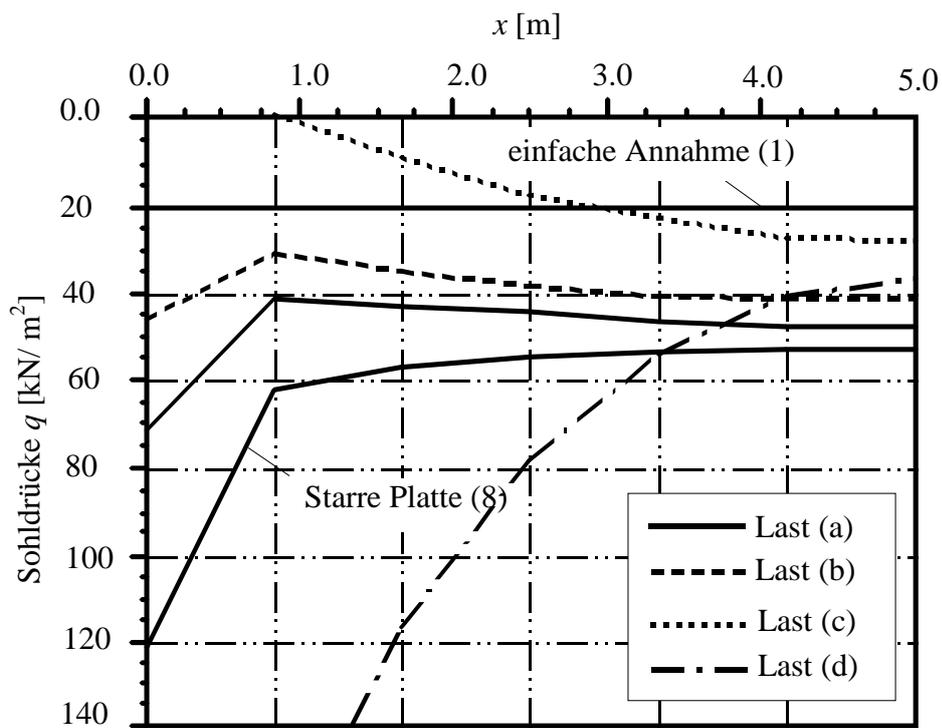


Bild 48 Sohldrücke  $q$  [ $\text{kN/m}^2$ ] am Rand der Platte (Einfache Annahme 1, StEIFEMODULVERFAHREN 7 und Starre Platte 8)

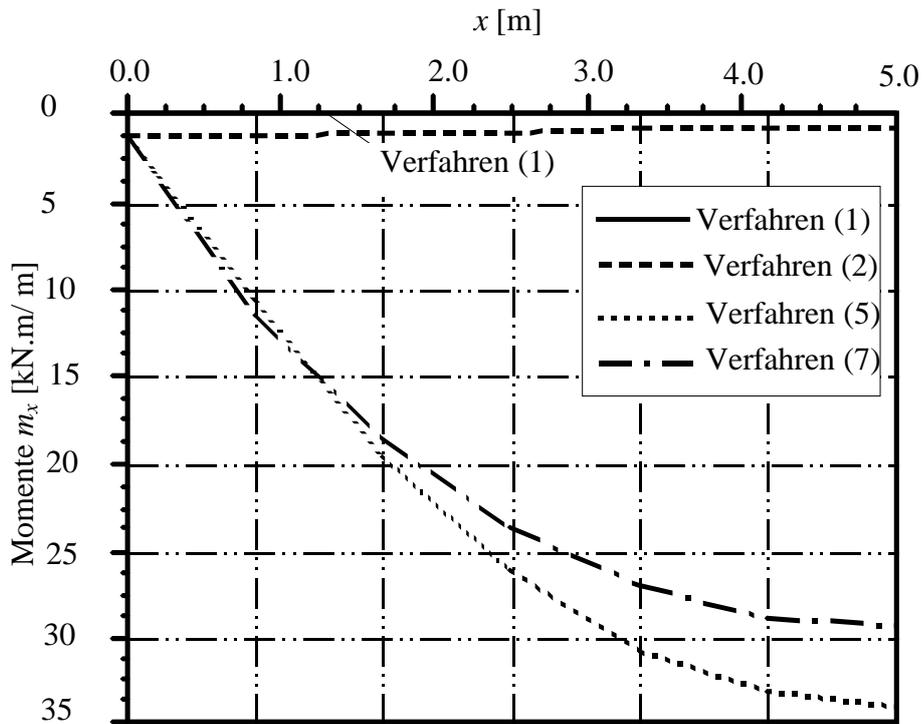


Bild 49 Momente  $m_x$  [ $\text{kN.m/m}$ ] im Schnitt III-III bei Anwendung verschiedener Berechnungsverfahren (für Lastgeometrie a)

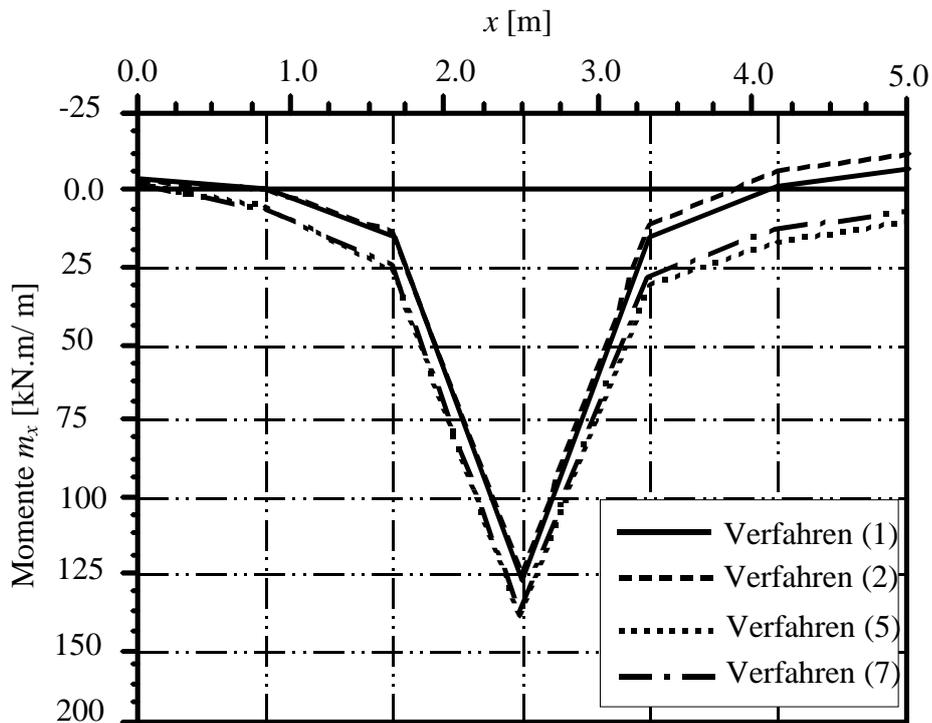


Bild 50 Momente  $m_x$  [ $\text{kN.m/m}$ ] im Schnitt II-II bei Anwendung verschiedener Berechnungsverfahren (für Lastgeometrie b)

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

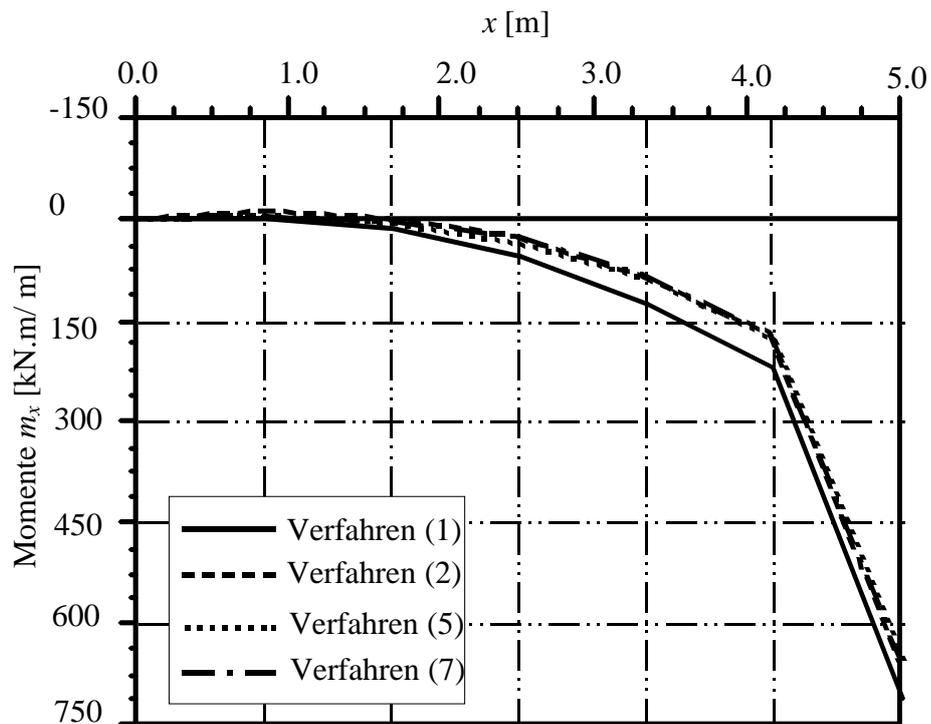


Bild 51 Momente  $m_x$  [ $\text{kN.m/m}$ ] im Schnitt III-III bei Anwendung verschiedener Berechnungsverfahren (für Lastgeometrie c)

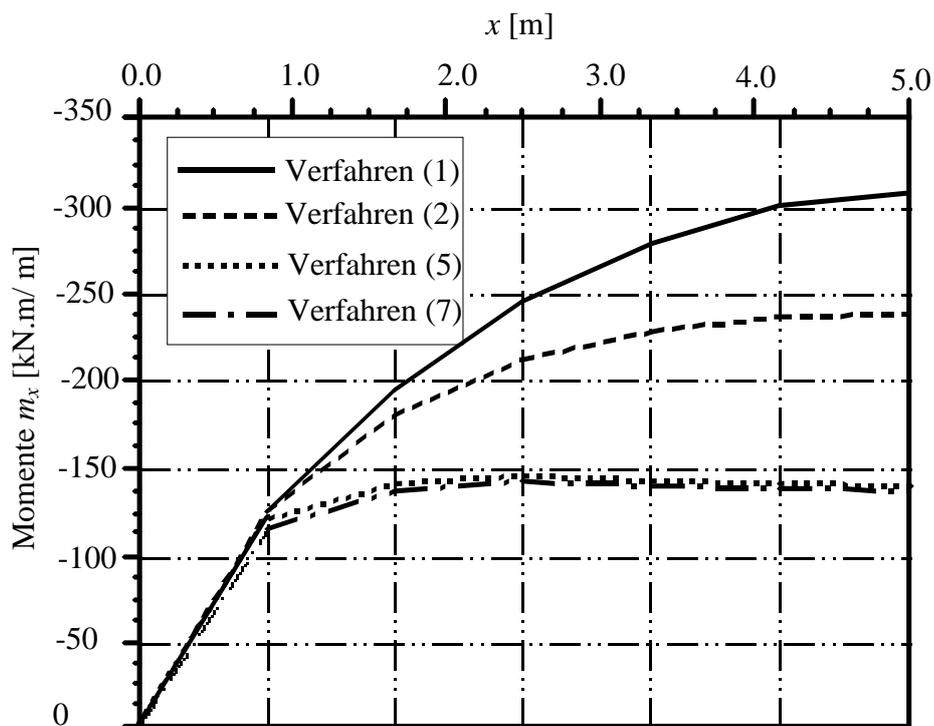


Bild 52 Momente  $m_x$  [ $\text{kN.m/m}$ ] im Schnitt I-I bei Anwendung verschiedener Berechnungsverfahren (für Lastgeometrie d)

Tabelle 30 Maximale Setzungen  $s$  [cm] an den kritischen Knoten bei Anwendung der verschiedenen Berechnungsverfahren 2, 5, 7 und 8

Berechnungsverfahren	Lastgeometrie			
	(a)	(b)	(c)	(d)
Bettungsmodulverfahren 2	1.00 Zentrum	1.08 Zentrum	1.96 Zentrum	3.57 Zentrum
Halbraumverfahren 5	1.86 Zentrum	1.94 Zentrum	2.83 Zentrum	2.97 Zentrum
Steifemodulverfahren 7	1.06 Zentrum	1.12 Zentrum	1.97 Zentrum	2.20 Zentrum
Starre Platte 8	0.85 alle Knoten	0.85 alle Knoten	0.85 alle Knoten	0.85 alle Knoten

Tabelle 31 Maximale Bodenpressungen  $q$  [kN/m<sup>2</sup>] an den kritischen Knoten bei Anwendung der verschiedenen Berechnungsverfahren 1, 2, 5, 7 und 8

Berechnungsverfahren	Lastgeometrie			
	(a)	(b)	(c)	(d)
Spannungstrapezverfahren 1	20 alle Knoten	20 alle Knoten	20 alle Knoten	20 alle Knoten
Bettungsmodulverfahren 2	20 alle Knoten	22 Zentrum	39 Zentrum	71 Zentrum
Halbraumverfahren 5	68 Zentrum	48 Zentrum	51 Zentrum	360 Zentrum
Steifemodulverfahren 7	71 Zentrum	46 Zentrum	58 Zentrum	442 Zentrum
Starre Platte 8	121 Zentrum	121 Zentrum	121 Zentrum	121 Zentrum

## 7 Auswertung der Ergebnisse

Die Berechnungen mit den Steifemodulverfahren 5, 7 und 8 der Lastgeometrie (a), gleichförmige Flächenlast, lassen erkennen, dass die Verteilung des Sohldrucks sehr verschieden ist gegenüber den Ergebnissen der einfachen Annahme 1 und beim Bettungsmodulverfahren 2. Es zeigen sich, wie zu erwarten, Minimumswerte an der Plattenachse und Maxima an den Ecken oder Rändern der 3 ausgesuchten Plattenabschnitte. Die Ergebnisse differieren auch von einem Abschnitt zum anderen, während die Verteilung des Kontaktdrucks bei den Verfahren 1 und 2 nahezu übereinstimmt mit der Lastintensität von  $20 \text{ [kN/m}^2\text{]}$  im gesamten Gründungsbereich.

Als weiteres Ergebnis zeigt sich, dass bei den Verfahren 1 und 2 kaum Momente (Bild 49) oder Querkräfte auftreten. Bei dieser Art der Belastung gleicht der Verlauf des Kontaktdrucks im Verfahren 1 dem in Verfahren 2.

Beim Steifemodulverfahren liegt das Biegemoment der Plattenmitte den Höhenordinaten der Verteilung des Kontaktdruckes an der freien Plattenecke zugrunde. Dies bedeutet, dass das Steifemodulverfahren Berührungsdruck ungeheurer Größe unter den Ecken der Gründung erwarten lässt, falls die Platte klein oder in der Mitte stark belastet ist. In diesem Fall genügt die Einfache Annahme oder das Bettungsmodulverfahren. Das Bettungsmodulverfahren reicht auch aus, wenn der Untergrund aus einer dünnen, verdichteten Schicht über einer starren Basis besteht.

Die Starre Platte 8 innerhalb der 4 Typen von äußerer Belastung zeigt, dass die Setzungswerte gleich und konstant sind in der gesamten Gründung ( $0.85 \text{ [cm]}$ ), ebenso ist die Verteilung des Kontaktdrucks bei allen 4 Arten gleich. Die Einfache Annahme (lineare Sohldruckverteilung 1) mit den 4 verschiedenen äußeren Belastungen zeigt eine gleichmäßige Verteilung des Kontaktdrucks von  $20 \text{ [kN/m}^2\text{]}$  im Bereich der gesamten Gründung.

Die Konzentration der Setzungen in der Nachbarschaft zu den äußeren Lasten ist eine Folge des dort herrschenden hohen Kontaktdrucks bei der elastischen Platte, Verfahren 2, 5 und 7, Bilder 43 bis 45. Die Werte des Kontaktdrucks in der Nachbarschaft der Last sind bei der Verwendung der Verfahren 5 und 7 höher als beim Verfahren 2.

Die Bilder 50 und 51 zeigen nur geringe Unterschiede in den Momenten zwischen Verfahren 2 und den Verfahren 5 und 7 bei den Lastgeometrien (b) und (c). Trotzdem ist die Verteilung des Kontaktdrucks bei den 3 Verfahren nicht die gleiche.

Bei der Lastgeometrie (d) ist das maximale negative Moment klein für höhere Werte des Kontaktdrucks an den Plattenecken und groß für kleinere Werte des Kontaktdrucks. Daraus folgt, dass das maximale negative Biegemoment bei Verfahren 1 größer ist als bei den Verfahren 2, 5 und 7 (Bild 52).

Klar ist, dass das maximale Moment und die unterschiedliche Setzung der Lastgeometrie (c) und die minimalen der Lastgeometrie (a) zugrunde liegen. Die Tabellen 30 und 31 zeigen die minimale Setzung und den Sohldruck an den kritischen Knoten bei der Anwendung der verschiedenen Berechnungsverfahren für die 4 Arten Lastgeometrie. Die Bilder 49 bis 52 erlauben einen Vergleich der Biegemomente im Bereich der kritischen Abschnitte für die Anwendung der verschiedenen Berechnungsverfahren.

Das Verfahren 5 ergibt größere Setzungen als Verfahren 7 aufgrund der vorgegebenen unendlichen Dicke der verdichteten Bodenschicht (Bilder 44 und 45). Der geringe Unterschied in den Ergebnissen der Verfahren 5 und 7 ist entsprechend der verdichteten Bodenschicht ziemlich dick ausgewählt ( $z = L$ ). Für einen dicken, relativ festen Baugrund sollte man daher Verfahren 5 verwenden.

Wichtig ist zu erwähnen, dass die herkömmliche Methode 1 nicht von der Beschaffenheit des Bodens unter der Gründung abhängt. Es gibt auch keine Verträglichkeit zwischen Plattenverformungen und Bodensetzungen bei Anwendung dieser Methode. Der Einfluss benachbarter Bauwerke und äußerer Lasten kann nur beim Steifemodulverfahren 4 bis 8 in die Untersuchungen mit einbezogen werden. Der Einfluss von Bauwerkssteifigkeit und Temperaturwechsel wird bei der konventionellen Methode 1 nicht beachtet. Der Einfluss der Wiederbelastung kann nur bei den Schichtenmodellen 4, 6, 7, 8 berücksichtigt werden.

Das Ergebnis der Berechnung der Platte ändert sich nicht für Plattendicken von  $d = d_{starr}$  bis  $d = d_{\infty}$ , also bei starren Platten auf elastischem Baugrund.

Als Ergebnis zu den Vergleichsberechnungen wird empfohlen, sicherheitshalber den Typ des Berechnungsverfahrens für die Plattengründung entsprechend der Aufstellung in der Tabelle 32 zu wählen.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 32 Empfohlene Berechnungsverfahren für unterschiedliche Baugrundverhältnisse und Bauwerkseinflüsse

Fall	empfohlenes Berechnungsverfahren
Annähernd gleichförmiger Last, verteilt über die gesamte Platte	Steifemodulverfahren 5 bis 8
Ecklasten	Bettungsmodulverfahren 2 bis 4
Kleine Gründungen	Einfache Annahme 1 oder Bettungsmodulverfahren 2 und 3
Dünne Schichten auf festem Baugrund	Bettungsmodulverfahren 2 und 3
Fundamente mit großer Last in der Plattenmitte	Einfache Annahme 1 oder Bettungsmodulverfahren 2 und 3
Untersuchung des Einflusses von benachbarten Gründungen	Bettungsmodulverfahren 4 Steifemodulverfahren 5 bis 9
Baugrund aus unterschiedlichem Bodenmaterial	Steifemodulverfahren 6 bis 9 für geschichteten Baugrund oder Bettungsmodulverfahren mit variablem Bettungsmodul 3 und 4
Untersuchung des Einflusses von Temperaturunterschieden	Bettungsmodulverfahren 2 bis 4 oder Steifemodulverfahren 5 bis 7
Untersuchung des Einflusses von Überbauten oder Bodensenkungen	Bettungsmodulverfahren 2 bis 4 oder Steifemodulverfahren 5 bis 9
Weiche Bodenschichten	Steifemodulverfahren für die Starre Platte 8
Große Dicke einer Bodenschicht	Steifemodulverfahren für Halbraum 5

Das Wort "Kontinuumsmodell" wird im Text und in den Beispielen verwendet für zwei verschiedene Begriffe:

- a) Steifemodulverfahren (Verfahren 4 bis 8)
- b) Annahme eines unendlich tiefen Halbraums ohne Schichtung (Verfahren 5)

## Beispiel 22: Setzungsberechnung für die schlaffe Sohlfläche einer Erzhalde

### 1 Aufgabenstellung

Für die Sohlfläche einer Erzhalde gemäß Bild 53 sollen die Setzungen berechnet werden. Die Sohlfläche ist mit kleineren Bodenplatten belegt. Zwischen den Bodenplatten befinden sich durchgehende Trennfugen. Diese Sohlplatte verhält sich wie eine völlig schlaffe Platte.

Die Sohlfläche unter der Erzhalde hat die Abmessungen von  $13 \times 13$  [m<sup>2</sup>], während die oberste Fläche der Erzhalde die Abmessungen von  $9 \times 9$  [m<sup>2</sup>] hat. Die Höhe der Erzhalde ist 4.0 [m], Bild 53a.

### 2 Bodenkennwerte

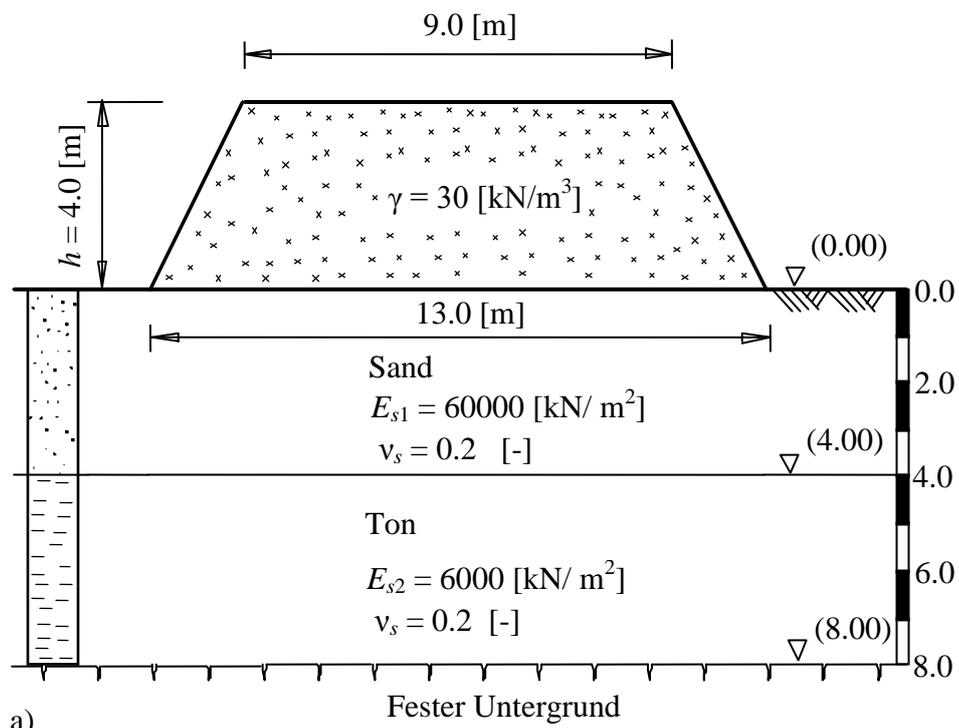
Der Baugrund unter der Sohlfläche besteht aus zwei Schichten mit unterschiedlichen Bodenkennwerten von Sand und Ton. Die Untergrundverhältnisse sind dem Bild 53a zu entnehmen. Der Steifemodul für Sand ist  $E_{s1} = 60000$  [kN/m<sup>2</sup>], während er für Ton  $E_{s2} = 6000$  [kN/m<sup>2</sup>] beträgt. Die *Poissonzahl* des Bodens wird mit  $\nu_s = 0.2$  [-] angesetzt.

### 3 Lasten

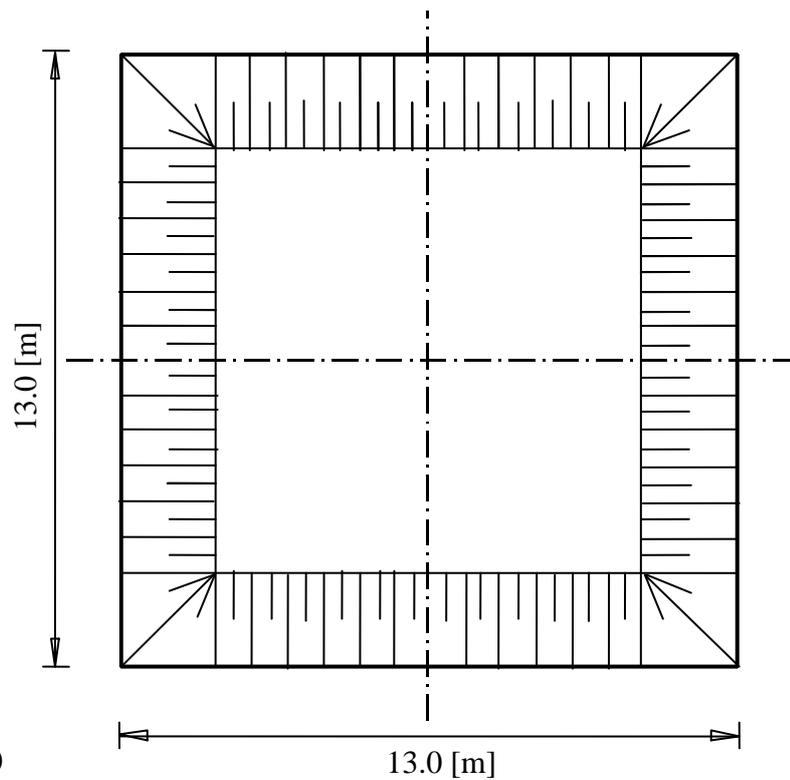
Die Wichte von Erz ist  $\gamma = 30$  [kN/m<sup>3</sup>]. In der Berechnung wird die Pressung auf der Sohlfläche aus einer gleichförmigen Last in der Mitte der Sohlfläche und vier gleichförmigen Lasten am Rand der Sohlfläche angesetzt, wie im Bild 54 gezeigt.

Die Mittelpressung ist  $p = \gamma h = 30 \times 4.0 = 120$  [kN/m<sup>2</sup>].

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*



a)



b)

Bild 53

a) Schnitt mit Schichtenbild und Steifemoduli

b) Grundriss

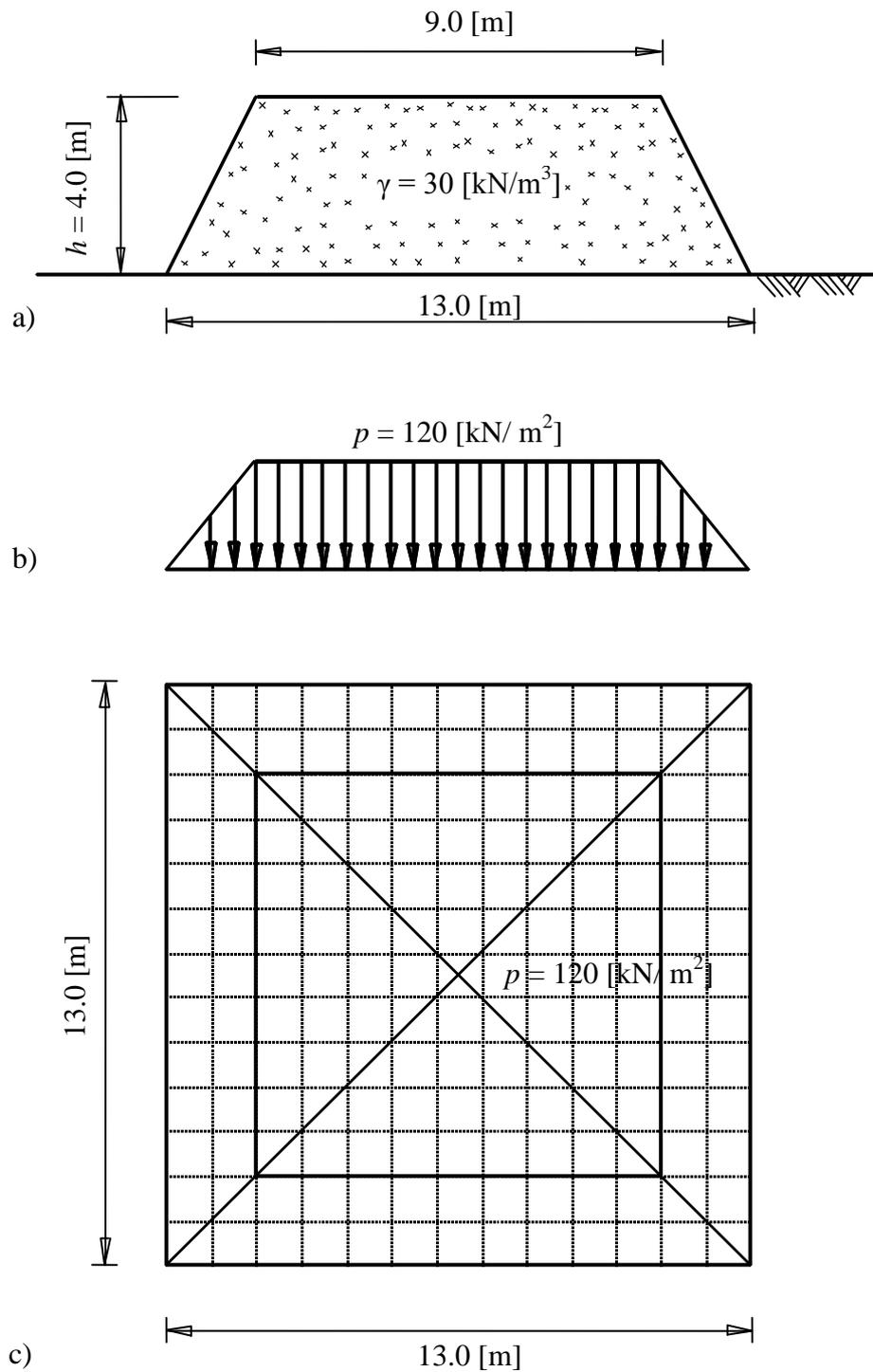


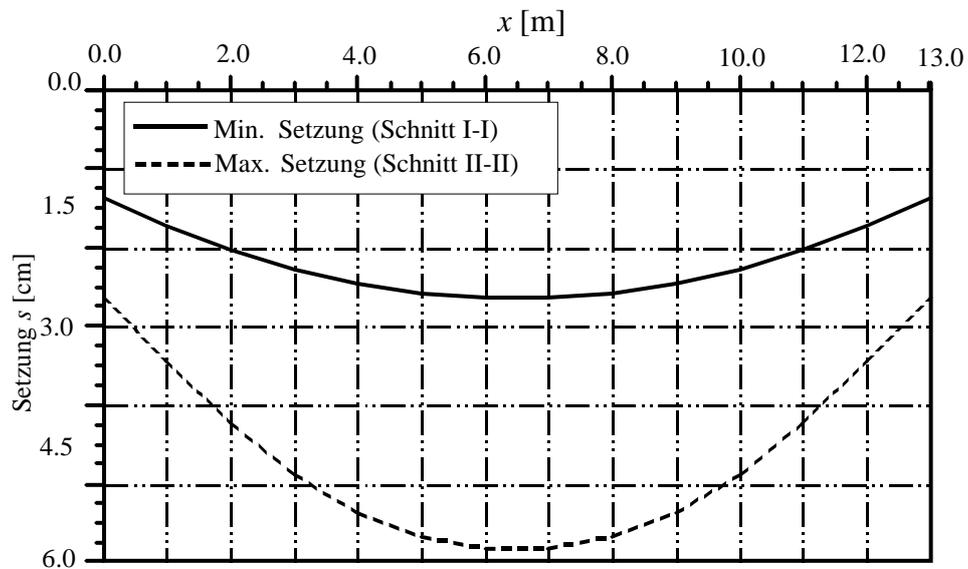
Bild 54 a) Äquivalente Erzmasse  
 b) Belastung  
 c) FE-Netz

#### **4 Lösung der Aufgabe**

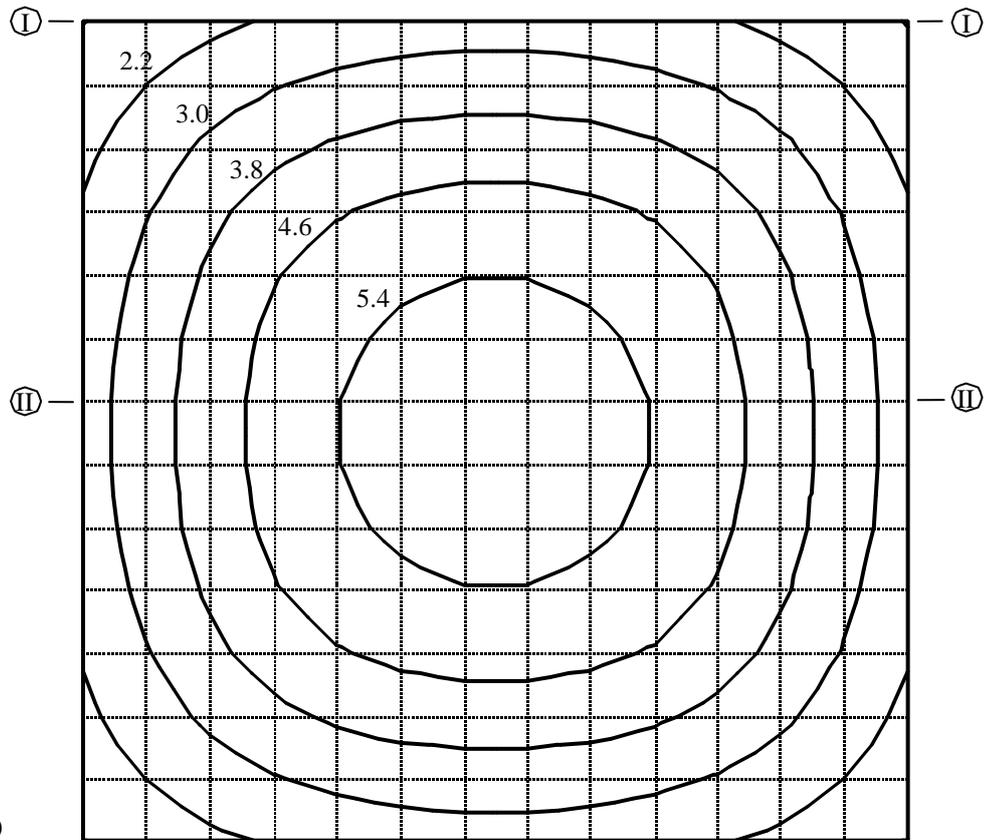
Wenn die Sohlfläche perfekt schlaff ist wie in diesem Beispiel, wird die Kontaktspannung gleich der Schwerverspannung sein. Um die Setzungsberechnung schlaffer Sohlflächen durchzuführen, wird das Berechnungsverfahren "Schlaffe Platte 9" im Programm *ELPLA* verwendet. Ein Netz von gleichen quadratischen Elementen ist gewählt. Die Elemente haben Seitenlängen von 1.0 [m], wie im Bild 54c gezeigt.

#### **5 Ergebnisse**

Bild 55b zeigt die Isolinien der Setzung unter der Sohlfläche, während das Bild 55a Minimal- und Maximalsetzungskurven zeigt. Aus diesen Bildern kann geschlossen werden, dass die Maximalsetzung  $s_{max} = 5.78$  [cm] in der Mitte der Sohlfläche auftritt, während die Minimalsetzung  $s_{min} = 1.25$  [cm] an den Ecken der Sohlfläche auftritt. Die Setzungsdifferenz ist also  $\Delta s = 4.53$  [cm], das sind rund 78 [%] der Maximalsetzung.



a)



b)

Bild 55

a) Min./ Max. Setzung  $s$  [cm] an der Schnitten I und II  
 b) Isolinien der Setzungen  $s$  [cm]

**Beispiel 23: Setzungsberechnung unter einer starren Gründungsplatte**

**1 Aufgabenstellung**

Es sollen die Setzungen unter einer nach Bau des Hochbaukernes beiderseits exzentrisch beanspruchten starren Fundamentplatte berechnet werden und zwar mit Untersuchung des Einflusses unterschiedlicher Steifemoduli für Erst- und Wiederbelastung bei exzentrischer Belastung.

Es wird eine rechteckige Platte von  $25 \times 28 = 700 \text{ [m}^2\text{]}$  Größe untersucht, Bild 56. Die Platte wird mit  $R = 142\,000 \text{ [kN]}$  exzentrisch belastet. Bild 56 zeigt einen Schnitt durch die Platte und den Untergrund, während Bild 57 einen Plan der Platte mit Last, Abmessungen und FE-Netz zeigt.

**2 Bodenkennwerte**

Gemäß Bild 56 und Tabelle 33 wird das Bauwerk auf einem einheitlichen Schichtenpaket (4 horizontal gelagerte Schichten) gegründet, das überwiegend aus steifplastischem bis halbfestem, tonigem Material besteht. Darin sind Muschelsandschichten und Kalksteinbänke eingelagert. In der Berechnung werden 4 Schichten mit der Tiefe nach zunehmender Mächtigkeit angesetzt. Die *Poissonzahl* wird mit  $\nu_s = 0.0 \text{ [-]}$  angesetzt und ist konstant für alle Bodenmaterialien, während die Wichte des Bodens  $13.6 \text{ [kN/m}^3\text{]}$  ist. Die Sohle liegt in  $11.0 \text{ [m]}$  Tiefe unter dem ursprünglichen Gelände. Die Grundwassertiefe liegt in einer Tiefe von  $11.0 \text{ [m]}$  unter Gelände und ist gleich der Gründungstiefe. Deshalb gibt es keine Wirkung für den Wasserdruck auf die Platte.

Tabelle 33 Bodenkennwerte

Schicht Nr.	Benennung des Bodens	Tiefe der Schicht unter Gelände $z \text{ [m]}$	Steifemodul der Schicht für	
			Erstbelastung $E_s \text{ [kN/m}^2\text{]}$	Wiederbelastung $W_s \text{ [kN/m}^2\text{]}$
1	Steifplastischer Ton	13	25200	85800
2	Halbfester Ton	16	27500	104100
3	Muschelsand	21	31400	133200
4	Kalksteinbänke	41	44400	209200

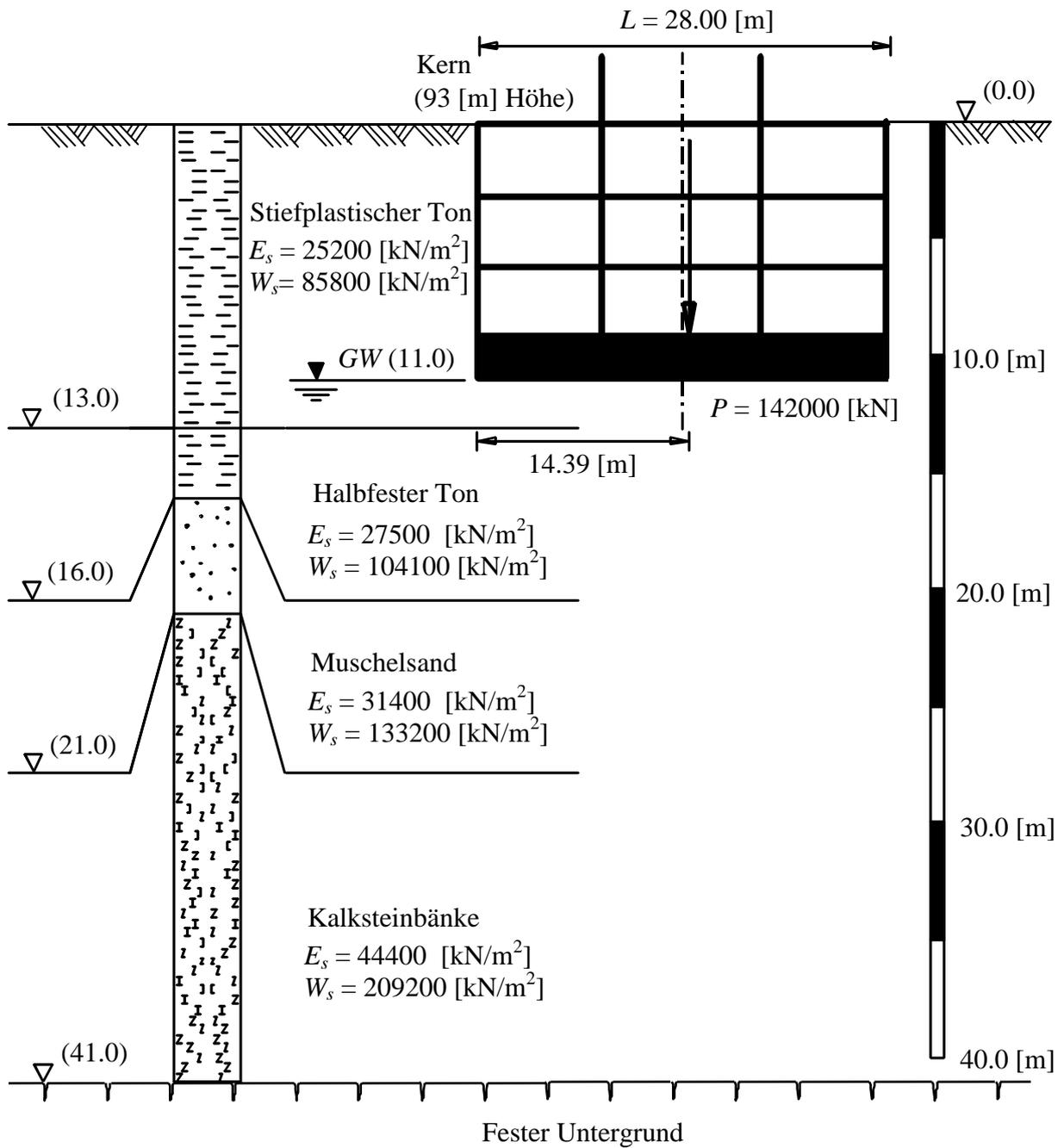


Bild 56 Schnitt durch die Platte und den Untergrund

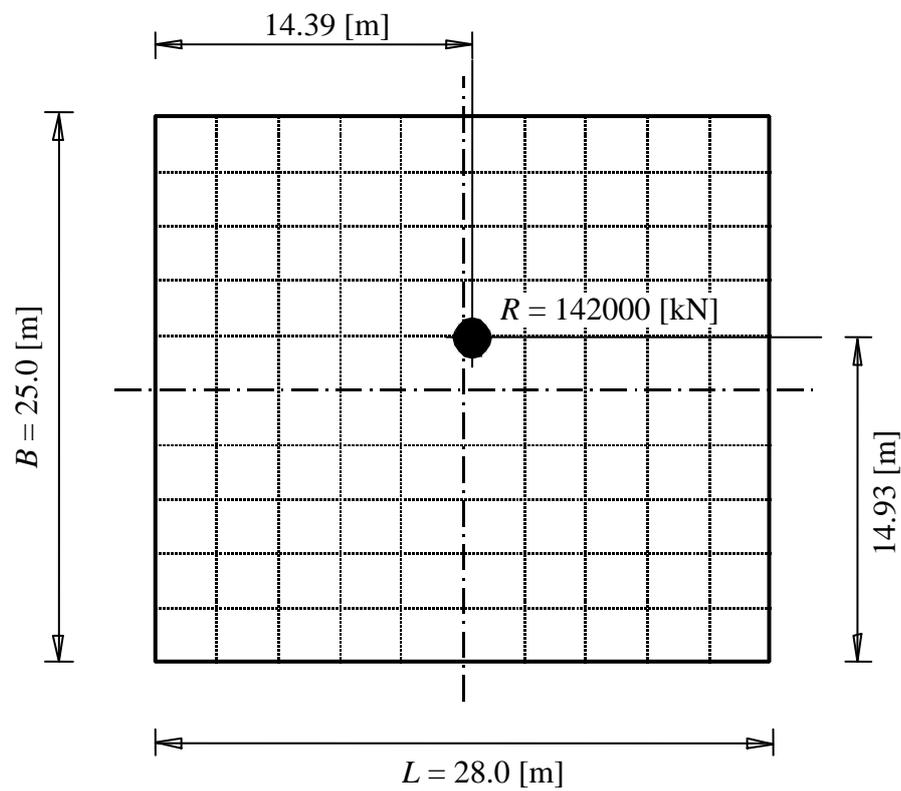


Bild 57 Grundriss der starren Platte, Last und FE-Netz

### 3 Lösung der Aufgabe

Wenn die Platte völlig starr und mit einer exzentrischen vertikalen Last belastet ist, wird die Setzung linear unter der Platte verteilt. Um die Setzungsberechnung der völlig starren Platte durchzuführen, wird das Berechnungsverfahren "Starre Platte 8" im Programm *ELPLA* verwendet. In der Berechnung der starren Platte ist nur die Setzung erforderlich. Deshalb wird ein grobes FE-Netz genutzt. Hier ist ein grobes Netz von rechteckigen Elementen gewählt. Jedes Element hat Abmessungen von 2.5 [m]  $\times$  2.8 [m], wie im Bild 57 gezeigt.

### 4 Ergebnisse

Bild 58b zeigt die Isolinien der Setzung unter der Platte, während das Bild 58a Minimal- und Maximalsetzungskurven zeigt. Aus diesen Bildern kann geschlossen werden, dass die Maximalsetzung  $s_{max} = 6.27$  [cm] an der Ecke der Platte oben rechts ist, während die Minimalsetzung  $s_{min} = 0.50$  [cm] an der Ecke der Platte unten links ist. Der Setzungsdifferenz ist  $\Delta s = 5.77$  [cm], das sind rund 92 [%] der Maximalsetzung.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

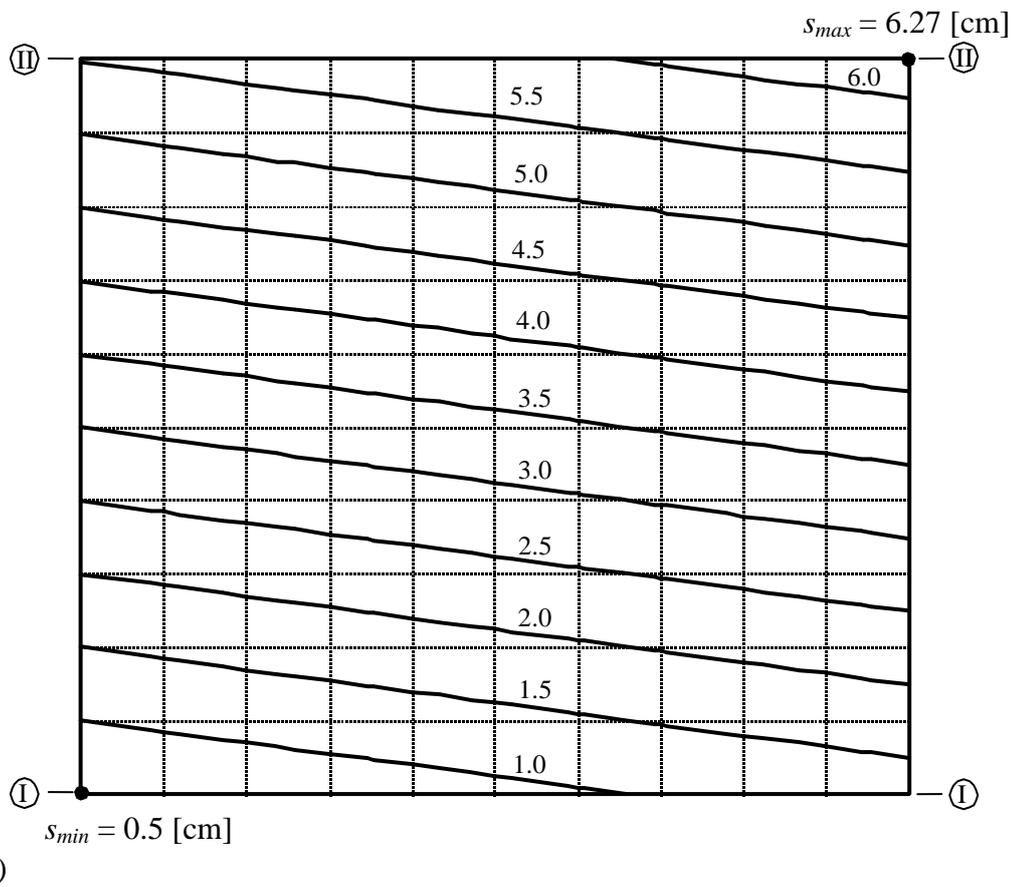
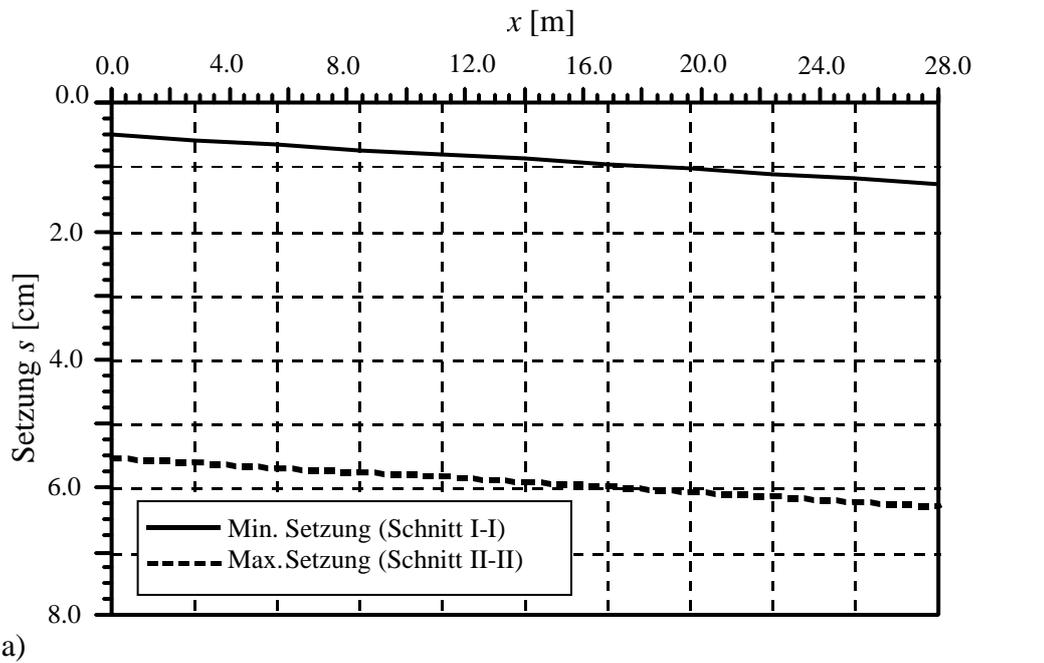


Bild 58 a) Min./ Max. Setzung  $s$  [cm] an den Schnitten I und II  
 b) Isolinien der Setzungen  $s$  [cm]

## Beispiel 24: Überprüfung der Verschiebung eines dünnen Auslegerbalkens

### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung ebener Spannungen zu überprüfen, werden die Ergebnisse eines ebenen Auslegerbalkens, berechnet von *Timoshenko/ Goodier* (1970), Bsp. 21, Seite 41, mit den Berechnungen aus dem Programm *ELPLA* verglichen.

Der Ausleger wird durch eine Punktlast  $P = 150$  [kN] am Ende belastet, wie im Bild 59 gezeigt.

### 2 Abmessungen des Auslegers

Der Ausleger hat die folgenden Abmessungen:

Länge	$L = 6.0$	[m]
Querschnitttiefe	$h = 1.6$	[m]
Querschnittbreite	$b = 0.2$	[m]

### 3 Materialkennwerte des Auslegers

Das Material des Auslegers hat die folgenden Eigenschaften:

Elastizitätsmodul	$E_b$	$= 2.1 \times 10^8$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Poissonzahl	$\nu_b$	$= 0.15$	[-]
Wichte	$\gamma_b$	$= 0$	[kN/m <sup>3</sup> ]

Das Eigengewicht des Auslegers wird vernachlässigt.

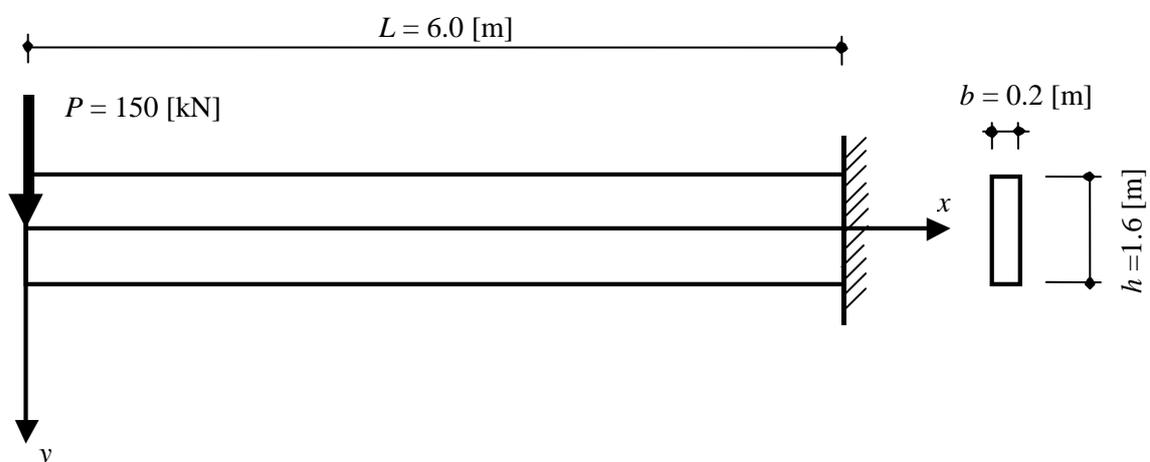


Bild 59 Auslegerbalken mit Einzellast am Ende

#### 4 Berechnung und Ergebnisse

Weil der Querschnitt des Auslegers dünn ist, kann der Ausleger als ein ebenes Spannungsproblem betrachtet werden. Entsprechend *Timoshenko/ Goodier* (1970) wird die Gleichung der Verschiebungskurve wie folgt angesetzt:

$$(w)_{y=0} = \frac{P x^3}{6 E_b I} - \frac{P L^2 x}{2 E_b I} + \frac{P L^3}{3 E_b I} \quad (19)$$

wobei:

- $w$  Vertikale Verschiebung der Mittellinie des Auslegers [m]
- $x$  Abstand der Verschiebung vom freien Ende [m]
- $P$  Last am Ende [kN]
- $E_b$  Elastizitätsmodul des Auslegermaterials [kN/m<sup>2</sup>]
- $L$  Auslegerlänge [m]
- $I$  Trägheitsmoment des Auslegerquerschnitts [m<sup>4</sup>]

Die Ergebnisse aus dem Programm *ELPLA* werden mit denen der Handberechnung nach Gleichung 19 in der Tabelle 34 verglichen. Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, dass die Ergebnisse der Verschiebung von *ELPLA* mit denen der Handberechnung nach Gleichung 19 übereinstimmen. Eine ausreichende Genauigkeit für die Ergebnisse, die vom Programm *ELPLA* erhalten werden, kann am Netz von  $0.2 \times 0.2$  [m<sup>2</sup>] berücksichtigt werden.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 34 Vertikale Verschiebung (Vergleich der Ergebnisse aus *ELPLA* und Gleichung 19)

Abstand $x$ [m]	Gleichung 19	<i>ELPLA</i>		
		Netzgröße		
		$0.1 \times 0.1$ [m <sup>2</sup> ]	$0.2 \times 0.2$ [m <sup>2</sup> ]	$0.3 \times 0.3$ [m <sup>2</sup> ]
0	0.007910	0.008205	0.007895	0.007339
0.6	0.006728	0.006960	0.006709	0.006241
1.2	0.005569	0.005781	0.005572	0.005183
1.8	0.004457	0.004648	0.004480	0.004167
2.4	0.003417	0.003585	0.003455	0.003215
3	0.002472	0.002615	0.002521	0.002346
3.6	0.001645	0.001763	0.001699	0.001582
4.2	0.000961	0.001050	0.001013	0.000944
4.8	0.000443	0.000502	0.000484	0.000452
5.4	0.000115	0.000141	0.000136	0.000127
6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Beispiel 25: Überprüfung der Kräfte in den Pfählen einer Pfahlgruppe**

**1 Aufgabenstellung**

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung der Pfahlkräfte von Pfahlgruppen unter einer Pfahlplatte zu überprüfen, werden die Ergebnisse einer Pfahlgruppe, berechnet von *Bakhoun* (1992), Beispiel 5.19, Seite 592, mit denen aus dem Programm *ELPLA* verglichen.

Eine Pfahlplatte auf 24 vertikalen Pfählen wird berücksichtigt, wie im Bild 60 gezeigt. Es soll die Kraft in jedem Pfahl der Pfahlgruppe infolge einer vertikalen Last von  $N = 8000$  [kN] auf die Pfahlplatte mit den Exzentrizitäten  $e_x = 1.4$  [m] und  $e_y = 1.8$  [m] in  $x$ - und  $y$ -Richtung berechnet werden.

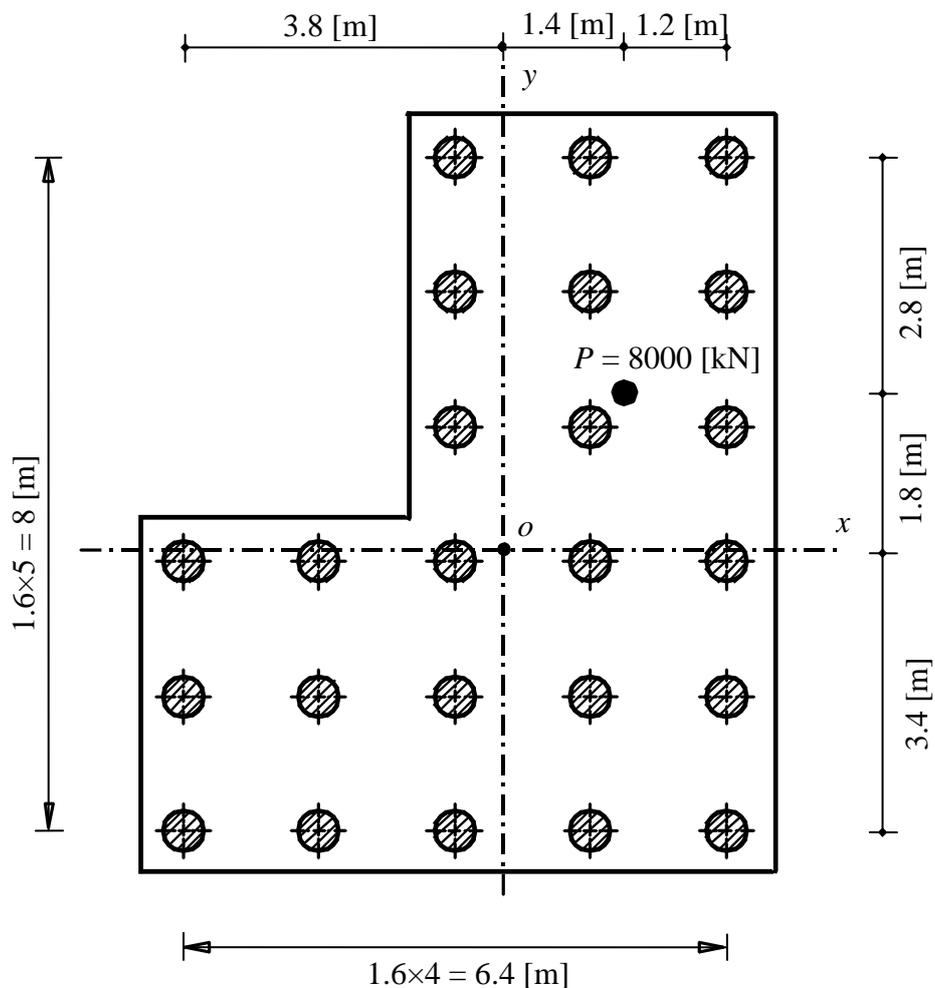


Bild 60 Abmessungen der Pfahlplatte und Pfahlanordnung

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Die grundlegende Annahme des Spannungstrapezverfahrens ist, dass der Sohldruck unabhängig vom Baugrund linear auf der Unterseite des Fundaments verteilt ist. Im allgemeinen Fall von vertikalen Pfählen unter einer Pfahlplatte, die lineare Sohlkräfte bilden, wird die Kraft in jedem Pfahl analog zur *Navierschen* Lösung wie folgt angesetzt

$$P_i = \frac{N}{n} + \frac{M_y I_x - M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} x_i + \frac{M_x I_y - M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} y_i \quad (20)$$

$$\text{wobei } I_x = \sum_1^n y_i^2, I_y = \sum_1^n x_i^2 \text{ und } I_{xy} = \sum_1^n x_i y_i$$

und

$P_i$	Kraft im Pfahl $i$ [kN]
$N$	Lotrechte Komponente der Resultierenden aus den Lasten auf der Pfahlplatte [kN]
$x_i$	Koordinate des Pfahles $i$ von der Schwerpunktsachse $x$ [m]
$y_i$	Koordinate des Pfahles $i$ von der Schwerpunktsachse $y$ [m]
$M_x$	Moment von $N$ um die $x$ -Achse, $M_x = N e_y$ [kN.m]
$M_y$	Moment von $N$ um die $y$ -Achse, $M_y = N e_x$ [kN.m]
$e_x$	Exzentrizität gemessen von der Schwerpunktsachse $x$ [m]
$e_y$	Exzentrizität gemessen von der Schwerpunktsachse $y$ [m]
$n$	Anzahl der Pfähle unter der Pfahlplatte [-]

## 2 Handberechnung der Pfahlkräfte

Nach *Bakhoun* (1992) kann die Kraft in jedem Pfahl der Pfahlgruppe mit Handberechnung wie folgt erhalten werden:

### Schritt 1: Berechnung der Momente

$$M_x = 8000 \times 1.8 = 14400 \text{ [kN.m]}$$

$$M_y = 8000 \times 1.4 = 11200 \text{ [kN.m]}$$

### Schritt 2: Berechnung der Eigenschaften $I_x$ , $I_y$ und $I_{xy}$

Die Bestimmung der Eigenschaften  $I_x$ ,  $I_y$  und  $I_{xy}$  wird in der Tabelle 35 gelistet.

Tabelle 35 Eigenschaften  $I_x$ ,  $I_y$  und  $I_{xy}$

Pfahl- nummer	$x_i$ [m]	$y_i$ [m]	$x_i^2$ [m <sup>2</sup> ]	$y_i^2$ [m <sup>2</sup> ]	$x_i y_i$ [m <sup>2</sup> ]
1	-3.8	-3.4	14.44	11.56	12.92
2	-2.2	-3.4	4.84	11.56	7.48
3	-0.6	-3.4	0.36	11.56	2.04
4	1.0	-3.4	1.00	11.56	-3.40
5	2.6	-3.4	6.76	11.56	-8.84
6	-3.8	-1.8	14.44	3.24	6.84
7	-2.2	-1.8	4.84	3.24	3.96
8	-0.6	-1.8	0.36	3.24	1.08
9	1.0	-1.8	1.00	3.24	-1.08
10	2.6	-1.8	6.76	3.24	-4.68
11	-3.8	-0.2	14.44	0.04	0.76
12	-2.2	-0.2	4.84	0.04	0.44
13	-0.6	-0.2	0.36	0.04	0.12
14	1.0	-0.2	1.00	0.04	-0.20
15	2.6	-0.2	6.76	0.04	-0.52
16	-0.6	1.4	0.36	1.96	-0.84
17	1.0	1.4	1.00	1.96	1.40
18	2.6	1.4	6.76	1.96	3.64
19	-0.6	3.0	0.36	9.00	-1.80
20	1.0	3.0	1.00	9.00	3.00
21	2.6	3.0	6.76	9.00	7.80
22	-0.6	4.6	0.36	21.16	-2.76
23	1.0	4.6	1.00	21.16	4.60
24	2.6	4.6	6.76	21.16	11.96
3			$I_y = 106.56$	$I_x = 170.56$	$I_{xy} = 43.2$

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

### Schritt 3: Berechnung der Pfahlkräfte

Die Kraft  $P_i$  im Pfahl  $i$  in der Lage  $(x_i, y_i)$  des Geometripfahlgruppenschwerpunkts unter der Pfahlplatte erhält man mit

$$P_i = \frac{N}{n} + \frac{M_y I_x - M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} x_i + \frac{M_x I_y - M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} y_i$$

$$P_i = \frac{8000}{24} + \frac{(11200)(170.56) - (14400)(43.2)}{(170.56)(106.56) - (43.2)^2} x_i + \frac{(14400)(106.56) - (11200)(43.2)}{(107.56)(106.56) - (43.2)^2} y_i$$

$$P_i = 333.333 + 78.988 x_i + 64.421 y_i$$

### 3 Pfahlkräfte, errechnet mit dem Programm *ELPLA*

Das verfügbare Verfahren "Spannungstrapezverfahren 1" im Programm *ELPLA* kann hier verwendet werden, um die Kraft in jedem Pfahl der Pfahlgruppe zu bestimmen. Ein Netz von gleichen Quadratelementen wird gewählt, jedes Element hat eine Seite von 1.6 [m]. Die Pfahlkräfte, die vom Programm *ELPLA* erhalten werden, werden mit denen von *Bakhoun* (1992) in der Tabelle 36 verglichen. Es ist deutlich zu sehen, dass die Pfahlkräfte vom Programm *ELPLA* denen der Handberechnung gleichen.

Tabelle 36 Vergleich der Pfahlkräfte, berechnet mit *ELPLA* und nach *Bakhoun* (1992)

Pfahl- nummer	<i>Bakhoun</i> (1992)						<i>ELPLA</i>
	$x_i$ [m]	$y_i$ [m]	$N/n$ [kN]	$78.988 x_i$ [kN]	$64.421 y_i$ [kN]	$P_i$ [kN]	$P_i$ [kN]
1	-3.8	-3.4	333.33	-300.16	-219.03	185.86	-185.85
2	-2.2	-3.4	333.33	-173.77	-219.03	-59.47	-59.47
3	-0.6	-3.4	333.33	-47.39	-219.03	66.91	66.91
4	1.0	-3.4	333.33	78.99	-219.03	193.29	193.29
5	2.6	-3.4	333.33	205.37	-219.03	319.67	319.67
6	-3.8	-1.8	333.33	-300.16	-115.96	-82.79	-82.78
7	-2.2	-1.8	333.33	-173.77	-115.96	43.50	43.60
8	-0.6	-1.8	333.33	-47.39	-115.96	169.98	169.98
9	1.0	-1.8	333.33	78.99	-115.96	296.36	296.36
10	2.6	-1.8	333.33	205.37	-115.96	422.74	422.72
11	-3.8	-0.2	333.33	-300.16	-12.88	20.29	20.29
12	-2.2	-0.2	333.33	-173.77	-12.88	146.68	146.67
13	-0.6	-0.2	333.33	-47.39	-12.88	273.06	273.06
14	1.0	-0.2	333.33	78.99	-12.88	399.44	399.44
15	2.6	-0.2	333.33	205.37	-12.88	525.82	525.82
16	-0.6	1.4	333.33	-47.39	90.19	376.13	376.13
17	1.0	1.4	333.33	78.99	90.19	502.51	502.51
18	2.6	1.4	333.33	205.37	90.19	628.89	628.89
19	-0.6	3.0	333.33	-47.39	193.26	479.20	479.20
20	1.0	3.0	333.33	78.99	193.26	605.58	605.59
21	2.6	3.0	333.33	205.37	193.26	731.96	731.97
22	-0.6	4.6	333.33	-47.39	296.34	582.28	582.28
23	1.0	4.6	333.33	78.99	296.34	708.66	708.66
24	2.6	4.6	333.33	205.37	296.34	835.04	835.04

## Beispiel 26: Überprüfung eines Durchlaufträgers

### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung von Durchlaufträgern zu überprüfen, werden die Ergebnisse der Berechnung eines Durchlaufträgers nach *Harry* (1993), Beispiele 10.2, 10.4 und 10.5, Seiten 399, 409 und 411, mit denen aus dem Programm *ELPLA* verglichen.

Ein Durchlaufträger mit der Länge  $L = 35$  [m] wird untersucht (Bild 61). Er wird durch eine Einzellast  $P = 500$  [kN] in der Mitte belastet. Der Querschnitt des Durchlaufträgers besitzt ein Trägheitsmoment  $I = 0.003$  [m<sup>4</sup>], der Elastizitätsmodul des Durchlaufträgers ist  $E_b = 2.0 \times 10^8$  [kN/m<sup>2</sup>].

Für den Vergleich werden drei verschiedene Fälle wie folgt berücksichtigt:

Fall a: Durchlaufträger mit einer Einzellast  $P$  in der Mitte auf den Lagern an den Punkten  $a$ ,  $b$ ,  $d$  und  $e$

Fall b: Statt einer Einzellast  $P$  in der Mitte des Durchlaufträgers haben die Punkte  $a$ ,  $b$ ,  $d$  und  $e$  folgende Auflagersetzungen:

$$\Delta a = -2.75 \text{ [cm]}, \Delta b = -4.75 \text{ [cm]}, \Delta d = -2.2 \text{ [cm]} \text{ und } \Delta e = -1.0 \text{ [cm]}$$

Fall c: Die Punkte  $b$  und  $d$  sind auf elastischen Federn gelagert mit der Steifigkeit von  $k_{sb} = k_{sd} = 3600$  [kN/m]

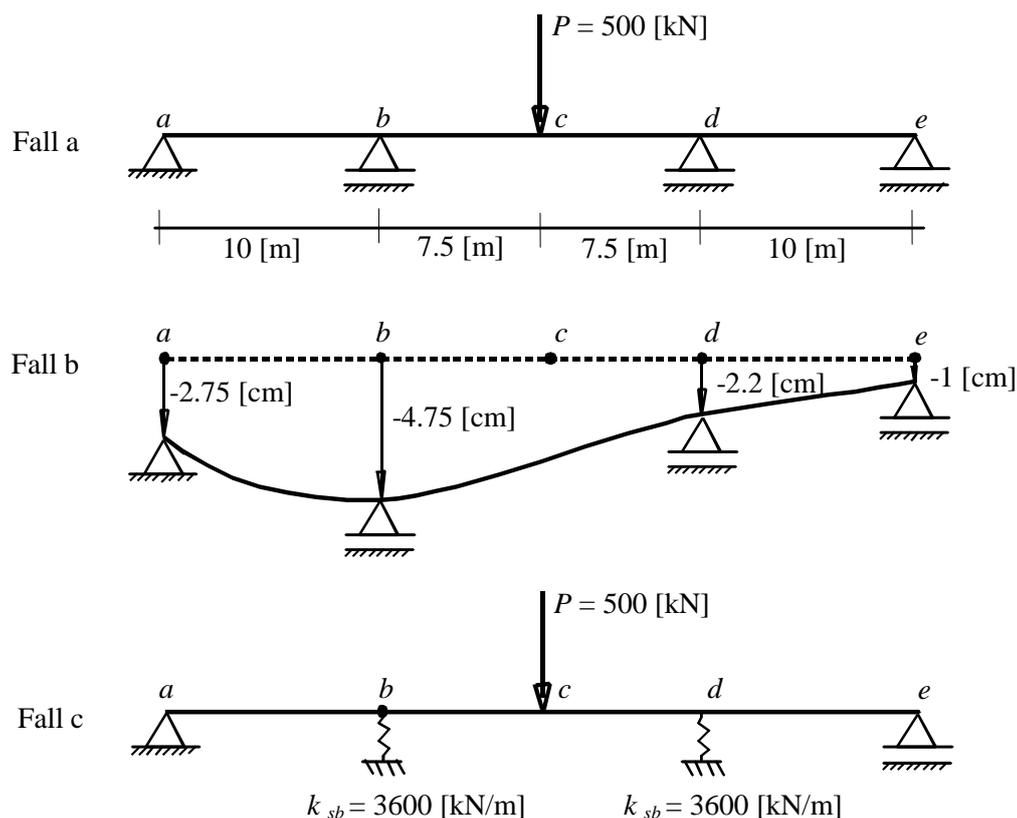


Bild 61 Durchlaufträger mit Abmessungen und Belastung

## 2 Vergleich der Ergebnisse

Die Momente und Querkräfte für den Fall a, berechnet vom Programm *ELPLA*, werden mit denen von *Harry* (1993) im Bild 62 verglichen. Die Ergebnisse der beiden für den Fall a sind gleich. Bild 63 vergleicht die Momente von *Harry* (1993) und *ELPLA* für den Fall b. Dieses Bild zeigt, dass beide Ergebnisse gut übereinstimmen. Die Reaktion an den elastischen Auflagern, die von *Harry* (1993) und *ELPLA* für den Fall c erhalten wird, ist 272.9 [kN].

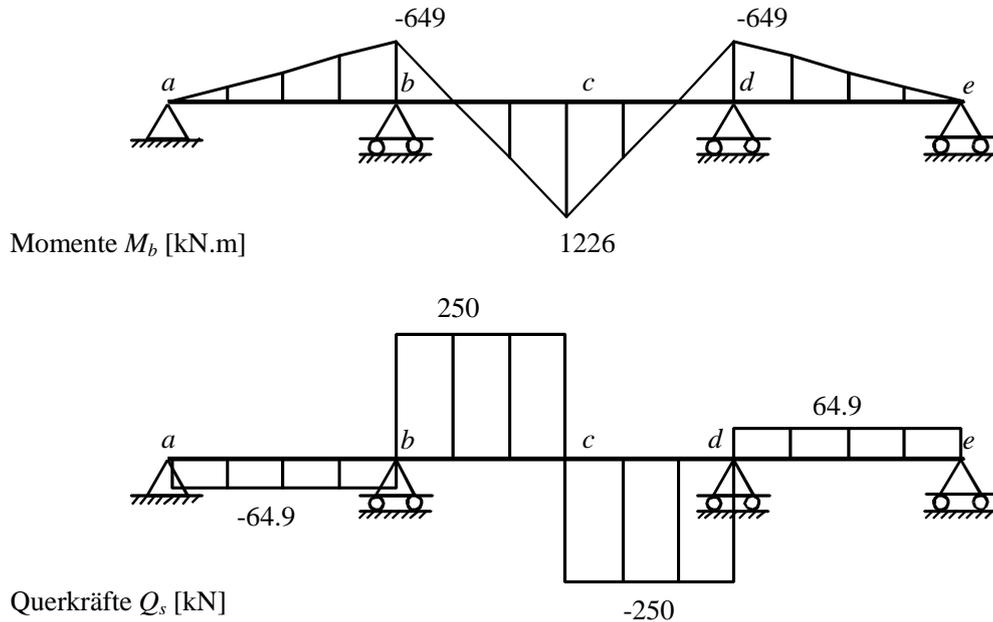


Bild 62 Berechnung der Momente und Querkräfte nach *Harry* (1993) und *ELPLA* für den Fall a

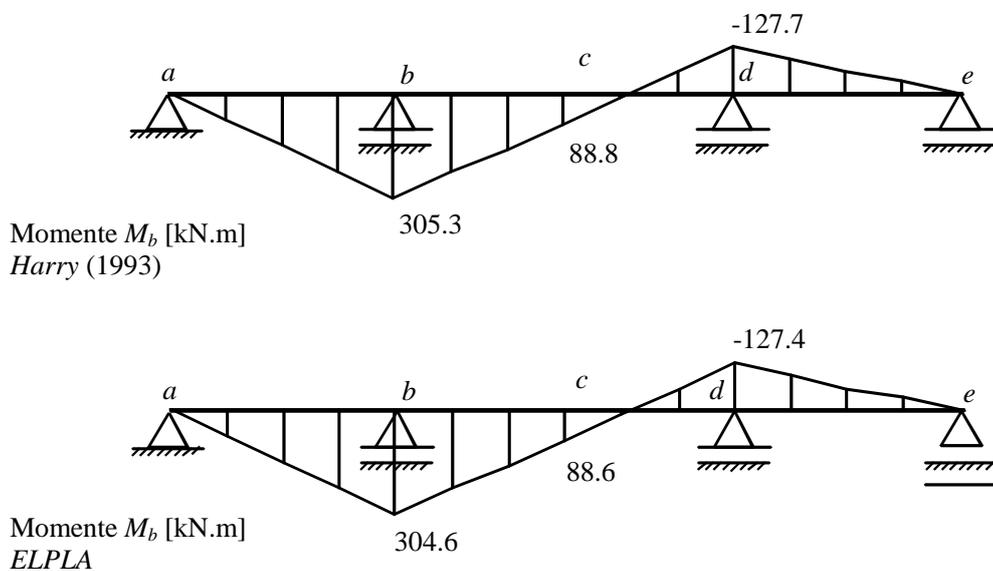


Bild 63 Vergleich der Momente nach *Harry* (1993) und *ELPLA* für den Fall b

**Beispiel 27: Überprüfung der Momente in einem unsymmetrischen geschlossenen Rahmen**

**1 Aufgabenstellung**

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung von unsymmetrischen geschlossenen Rahmen zu überprüfen, werden die Momente, berechnet von Wang (1983), Beispiel 15.10.1, Seite 574, mit denen aus dem Programm *ELPLA* verglichen.

Es wird ein unsymmetrischer geschlossener Rahmen *ABCD* untersucht, wie im Bild 64 gezeigt. Der Rahmen wird durch eine Einzellast  $P = 24$  [kN] in der Mitte des Stabs *BC* und eine verteilte Last  $q = 2$  [kN/m] auf dem Stab *AD* belastet.

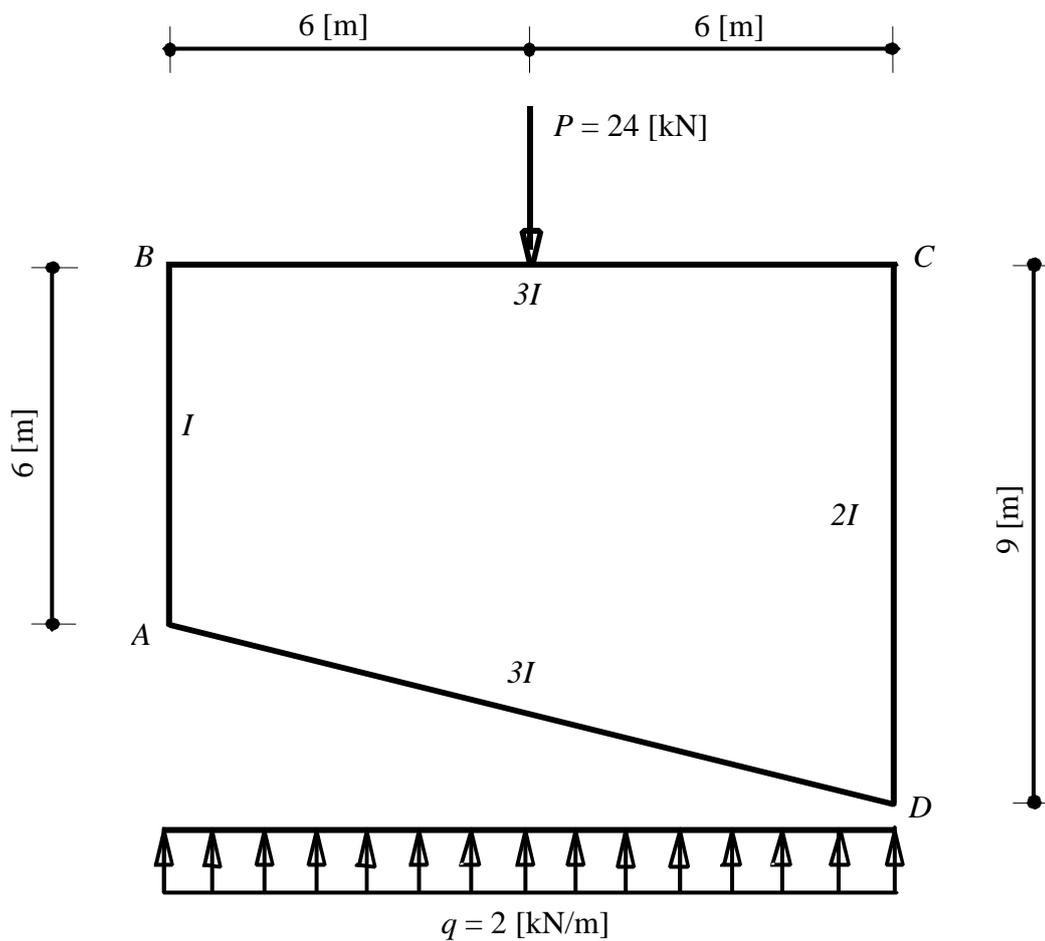


Bild 64 Unsymmetrischer geschlossener Rahmen mit Abmessungen und Belastung

Die Stäbe haben drei Arten von Querschnitten mit den Trägheitsmomenten  $I$ ,  $2I$  und  $3I$ , wie im Bild 64 gezeigt. Das gewählte Trägheitsmoment für jede Art und die entsprechende Querschnittsfläche ist in der Tabelle 37 gelistet. Der Elastizitätsmodul des Rahmens wird mit  $E_b = 2.0 \times 10^7$  [kN/m<sup>2</sup>] angenommen.

Tabelle 37 Eigenschaften der Stabarten

Stabarten	Trägheitsmoment [m <sup>4</sup> ]	Querschnitt [m <sup>2</sup> ]
Art 1	0.001	0.032
Art 2	0.002	0.045
Art 3	0.003	0.055

## 2 Vergleich der Momente

Die Momente in den Punkten *A*, *B*, *C* und *D*, berechnet vom Programm *ELPLA*, sind im Bild 65 gezeigt und mit denen von *Wang* (1983) in der Tabelle 38 verglichen. Die Momente beider Berechnungen sind in einer guten Übereinstimmung.

Tabelle 38 Vergleich der Momente (Programm *ELPLA* und *Wang* (1983))

Punkt	Momente [kN.m]			
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>Wang</i> (1983)	-8.50	-14.90	-19.49	-9.89
<i>ELPLA</i>	-8.51	-14.89	-19.47	-9.90

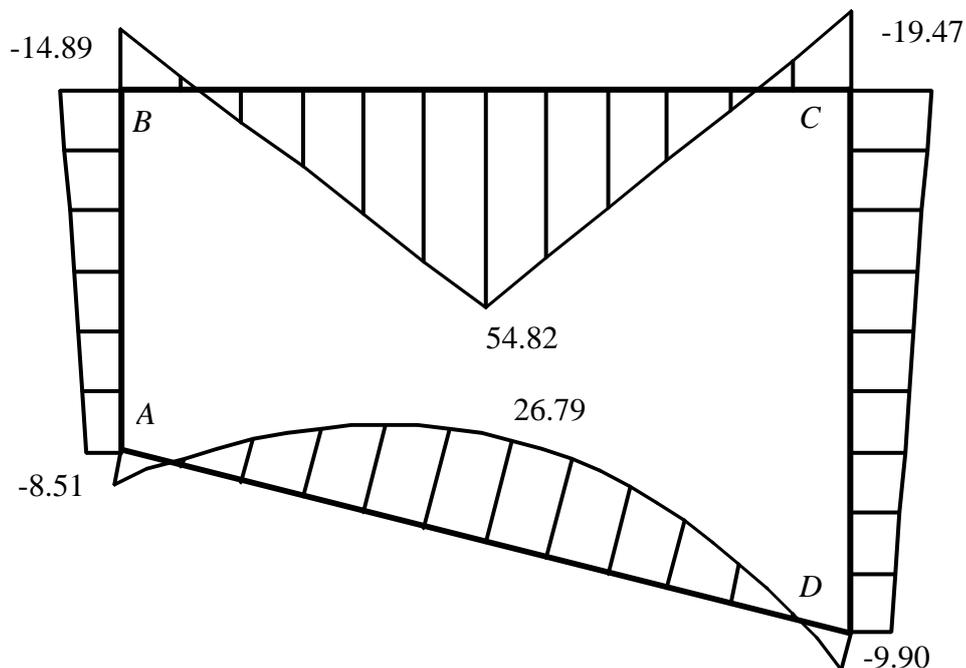


Bild 65 Momente in einem unsymmetrischen geschlossenen Rahmen (nach *ELPLA*)

## Beispiel 28: Überprüfung eines ebenen Fachwerks

### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung von ebenen Fachwerken zu überprüfen, werden die Berechnungsergebnisse eines ebenen Fachwerks nach *Werkle* (2001), Beispiel 3.1, Seite 61, mit denen aus dem Programm *ELPLA* verglichen.

Es wird ein Fachwerk von vier Knoten und sechs Stäben untersucht, wie im Bild 66 gezeigt. Die Stäbe 5 und 6 sind an ihrem Kreuzungspunkt nicht verbunden. Das Fachwerk wird durch die Kräfte  $P_v$  und  $P_h$  am Knoten 2 belastet.

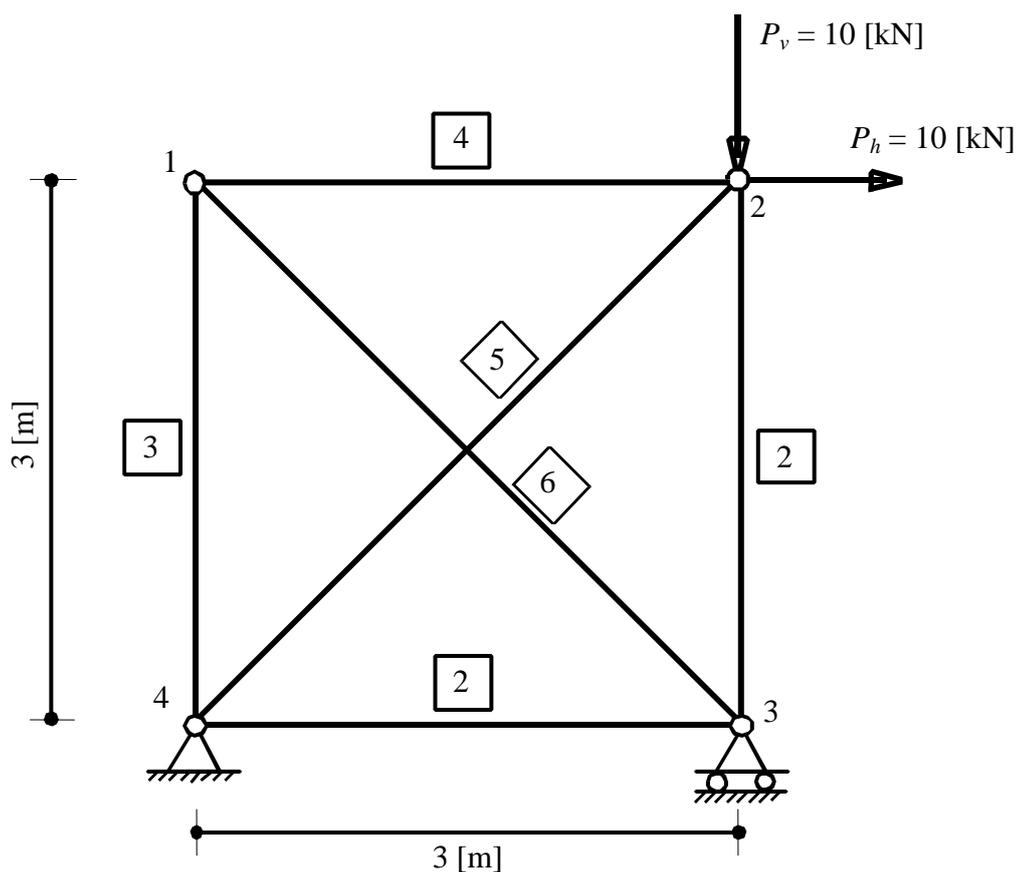


Bild 66 Statisches System des ebenen Fachwerks mit Abmessungen und Belastung

### 2 Eigenschaften des Fachwerks

Das Fachwerk hat die folgenden Eigenschaften:

Elastizitätsmodul	$E_b$	$= 2.1 \times 10^8$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Querschnittfläche des Stabs	$A$	$= 0.004$	[m <sup>2</sup> ]
Torsionsmoment des Stabs	$I$	$= 0.0016$	[m <sup>4</sup> ]

### 3 Ergebnisse

Die Ergebnisse von *Werkle* (2001) und aus dem Programm *ELPLA* sind in den Tabellen 39 und 40 gelistet. Tabelle 39 zeigt die Verschiebungen und die Auflagerkräfte in den Knoten, während Tabelle 40 die Normalkräfte in den Stäben zeigt. Die Ergebnisse beider Berechnungen sind gleich.

Tabelle 39 Verschiebungen und Auflagerkräfte nach *Werkle* (2001) und *ELPLA*

Knoten	$x$ -Verschiebung [mm]	$y$ -Verschiebung [mm]	$x$ -Auflagerkräfte [kN]	$y$ -Auflagerkräfte [kN]
1	0.086	0.018	-	-
2	0.104	-0.054	-	-
3	0.018	-	-	20
4	-	-	-10	-10

Tabelle 40 Normalkräfte nach *Werkle* (2001) und *ELPLA*

Stab	1	2	3	4	5	6
Normalkräfte $N$ [kN]	5	-15	5	5	7	-7

**Beispiel 29: Einfluss der *Poissonzahl*  $\nu_s$**

**1 Aufgabenstellung**

In diesem Beispiel (Daten  $q_{e1}$  mit  $\nu_s = 0$ ,  $q_{e2}$  mit  $\nu_s = 0.2$  und  $q_{e3}$  mit  $\nu_s = 0.5$ ) wird der Einfluss der *Poissonzahl*  $\nu_s$  auf die Setzung  $S$  des quadratischen Fundaments von  $10 \times 10$  [m<sup>2</sup>] untersucht. Gewählt wird die Lastgruppe mit 4 Einzellasten  $P = 500$  [kN] in den Viertelpunkten, wie im Bild 67 dargestellt.

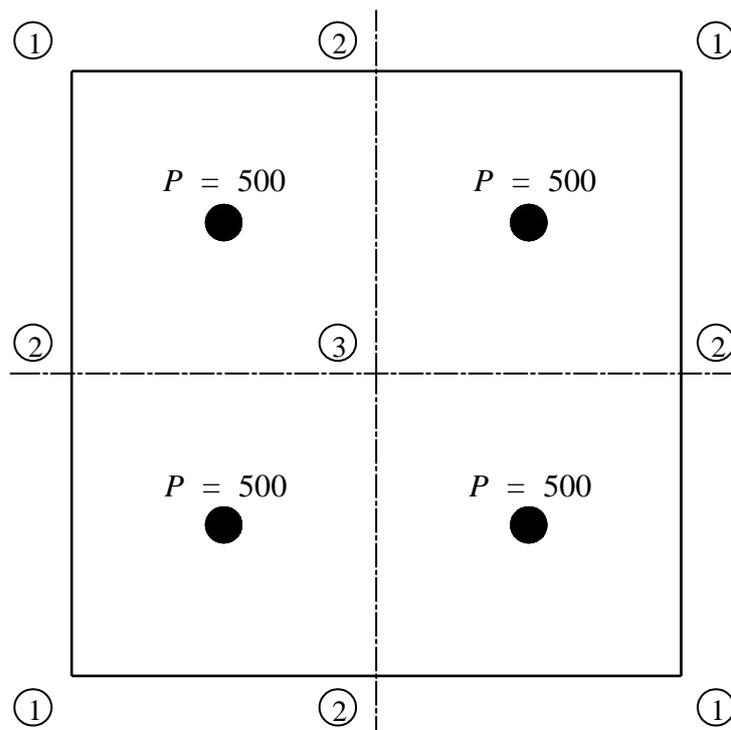


Bild 67 Laststellung auf der Platte

## 2 Ergebnisse

Im Bild 68 sind die Setzungen  $S$  [cm] in Abhängigkeit von der *Poissonzahl*  $\nu_s$  als Kurven dargestellt. Demnach sind die Setzungen mit  $\nu_s = 0.0$  am größten (querdehnungsfreies Bodenmaterial) und mit  $\nu_s = 0.5$  (volumenbeständiges Material) am kleinsten. Wie zu erkennen, sind die Setzungen  $S$  an den Eckpunkten 1 immer am kleinsten und in der Mitte des Fundaments (Punkt 3) am größten, abhängig von der *Poissonzahl*  $\nu_s$ .

Anhaltswerte für die *Poissonzahl*  $\nu_s$  des Baugrunds (nach EWB 2003, S. 23):

Querdehnungsfreies Material	$\nu_s = 0.0$
Fels	$\nu_s = 0.1$ bis $0.3$
Sand	$\nu_s = 0.2$ bis $0.35$
Ton	$\nu_s = 0.3$ bis $0.5$
Volumenbeständiges Material	$\nu_s = 0.5$

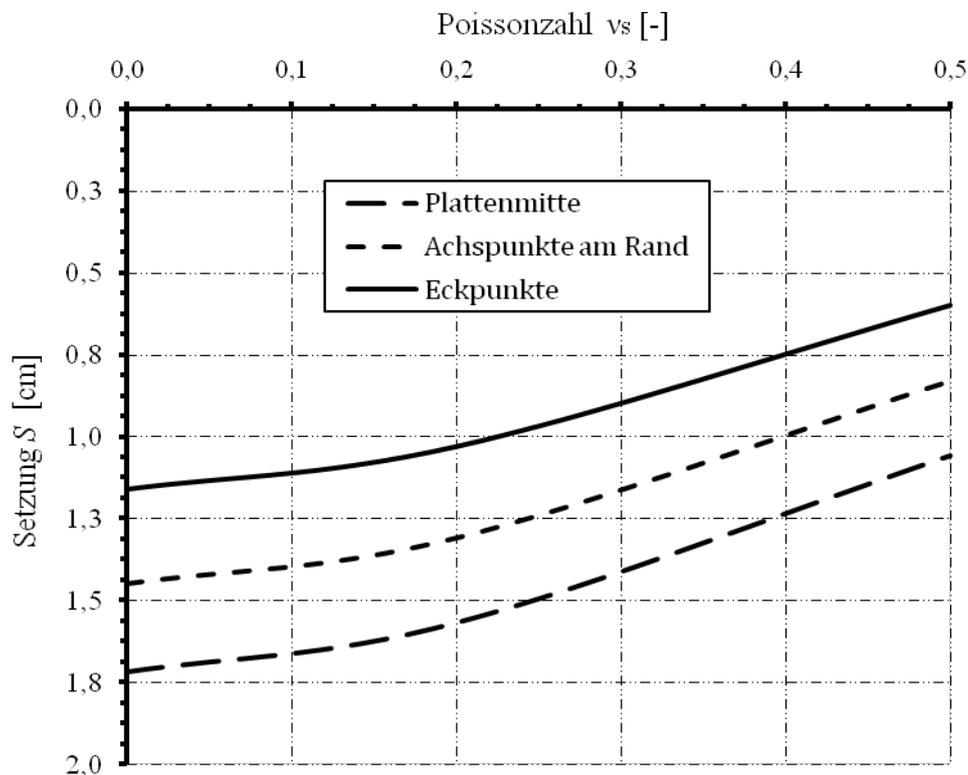


Bild 68 Einfluss der *Poissonzahl*  $\nu_s$  auf das Berechnungsergebnis (Setzung  $S$  [cm]) für Laststellung bei Anwendung des Steifemodulverfahrens 7

## Literatur

*Absi, E.* (1970): Étude de problèmes particuliers  
Annls Inst. Tech. Bâtim., No. 265, 173-188

*Ahlvin, R.G./ Ulery, H.H.* (1962): Tabulated Values for Determining the Complete Pattern of Stresses, Strains and Deflections beneath a Uniform Load on a Homogeneous Half Space  
Highway Research Board, Bulletin 342

*Ahrens, H./ Winselmann, D.* (1984): Eine iterative Berechnung von Flächengründungen nach dem Steifemodulverfahren. Finite Elemente Anwendungen in der Baupraxis  
Ernst & Sohn, München

*Bakhoun, M.* (1992): Structural Mechanics  
Cairo, Egypt

*Bazaraa, A./ Ghabrial N./ Henedy E.* (1997): Effect of Boundary Retaining Walls on Raft Behavior  
The Third International Geotechnical Engineering Conference, Cairo University, Egypt

*Borowicka, H.* (1939): Druckverteilung unter elastischen Platten  
Ingenieur-Archiv, Band 10, S. 113-125

*Bowles, J.* (1977): Foundation Analysis and Design  
McGraw-Hill, New York

*Chow, Y.* (1987): Vertical Deformation of Rigid Foundations of Arbitrary Shape on Layered Soil Media  
International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 11, 1-15  
John Wiley & Sons, Ltd.

*Christian, J./ Carrier, W.* (1978): Janbu, Bjerrum and Kjaernsli Chart Reinterpreted  
Canadian Geotech. J., 15 (1), 124

*Czerny, F.* (1955): Tafeln für gleichmäßig vollbelastete Rechteckplatten  
Bautechnik-Arch., 11  
Ernst & Sohn, Berlin

*Das, B.* (1983): Advanced Soil Mechanics  
McGraw-Hill Book Company, Washington, New York, London

DIN 1045, Ausgabe Juli (1988): Bemessung und Ausführung  
Stahlbeton- und Spannbetonbau. Beton und Stahlbeton  
Beuth Verlag GmbH, Berlin

DIN 1075, April (1981): Betonbrücken. Bemessung und Ausführung  
Beuth Verlag GmbH, Berlin

DIN 4017 (1979): Teil 1 Baugrund. Grundbruchberechnungen von lotrecht mittig belasteten Flachgründungen  
Beuth Verlag GmbH, Berlin

DIN 4018 (1981): Erläuterungen und Berechnungsbeispiele.  
Berechnung der Sohldruckverteilung unter Flächengründungen  
Beuth Verlag GmbH, Berlin

DIN 4019 (1974): Teil 1 Baugrund. Setzungsberechnungen bei lotrechter, mittiger Belastung  
Beuth Verlag GmbH, Berlin

DIN 4023, März (1984): Baugrund- und Wasserbohrungen.  
Zeichnerische Darstellung der Ergebnisse  
Beuth Verlag GmbH, Berlin

*Fadum, R.* (1948): Influence Values for Estimating Stress in Elastic Foundations  
Proceedings 2nd International Conference S.M.F.E., Vol. 3, Rotterdam

*Falter, B.* (1992): Statikprogramme für Personalcomputer, 4. neubearb. u. erw. Aufl.  
Werner-Verlag GmbH, Düsseldorf

*Fraser, R./ Wardle, L.* (1976): Numerical Analysis of Rectangular Rafts on Layered Foundations  
Géotechnique 26, No. 4, 613-630

*El Gendy, M.* (1994): Comparing Examinations of the Influence of Calculation Methods of Basement Slabs  
Suez Canal University, Ph.D. Thesis, Egypt

*El Gendy, M.* (1998): An Iteration Method for Design of Slab on Elastic Foundation  
Proc. of the first International Conf. on Civil Engineering, Helwan University, Cairo, Egypt

*El Gendy, M.* (1998): An analysis for determination of foundation rigidity  
Eighth International Colloquium on Structural and Geotechnical Engineering, Ain Shams University, Cairo, Egypt

*El Gendy, M.* (1999): Effect of Girders on the Raft Rigidity  
1st International Conf. for Advanced Trends in Engineering, Minia University, Minia, Egypt

*El Gendy, M.* (2003): Numerical Modeling of Rigid Circular Rafts on Consolidated Clay Deposits  
Int. Workshop on Geotechnics of Soft Soils - Theory and Practice  
Vermeer, Schweiger, Karstunen & Cudny (eds.)

*Gorbunov-Possadov, M./ Serebrjanyi, R.* (1961): Design of Structures on Elastic Foundations  
Proceedings of the Fifth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1, 643-648, Paris

## Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

*Graig, R.* (1978): Soil Mechanics, Second Edition  
Van Nostrand Reinhold Company, England

*Graßhoff, H.* (1955): Setzungsberechnungen starrer Fundamente mit Hilfe des kennzeichnenden Punktes  
Der Bauingenieur, S. 53-54

*Graßhoff, H./ Kany, M.* (1997): Grundbau-Taschenbuch Teil 3, 5. Auflage  
Ernst & Sohn, Berlin, München

*Harry, H.* (1993): Fundamentals of Structural Analysis  
John Wiley & Sons, Inc., New York

*Henedy, E.* (1987): Raft Foundation Provided with Boundary Retaining Walls  
Ph.D. Thesis, Cairo University, Egypt

*Janbu, N./ Bjerrum, L./ Kjaernsli, B.* (1956): Norwegian Geotechnical Inst. Publication No. 16

*Kany, M.* (1974): Berechnung von Flächengründungen, 2. Auflage  
Ernst & Sohn, Berlin

*Kany, M./ El Gendy, M.* (1993): Vergleichende Untersuchung über numerische Modelle für die Berechnung von Gründungsplatten  
Theorie und Praxis numerischer Modelle in der Bodenmechanik, Sonthofen  
Herausgeber: TU Graz

*Kany, M./ El Gendy, M.* (1995): Computing of Beam and Slab Foundations on Three Dimensional Layered Model  
Proc. of the Sixth Intern. Conference on Computing in Civil and Building Engineering, Berlin

*Kany, M./ El Gendy, M.* (1996): Sicherheitsuntersuchungen bei Flächengründungen Nach EC7/ DIN 1054  
Forschungsbericht an IFBT, Berlin

*Kany, M./ El Gendy, M.* (1996): Berechnung von Flächengründungen  
Unterlagen zu den TAW-Seminaren, Nürnberg

*Kany, M./ El Gendy, M.* (1997): Analysis of System of Footing Resting on Irregular Soil  
Proceeding of the XIV the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Hamburg

*Kany, M./ El Gendy, M.* (1999): Berechnung von großen Systemen starrer Sohlplatten  
Bauingenieur, Bd. 74, Nr. 11, S. 471-478

*Kany, M./ El Gendy, M.* (2000): Einfluss der Bauwerkssteifigkeit auf das Fundamentsystem  
2. Kolloquium, Bauen in Boden und Fels, Technische Akademie Esslingen, Ostfildern, Germany

*Kany, M./ El Gendy, M. (2002):* Berechnung von Fundamenten auf nichtlinearem Baugrund  
3. Kolloquium, Bauen in Boden und Fels, Technische Akademie Esslingen, Ostfildern, Germany

*Li, H./ Dempsey, J. (1988):* Unbounded Contact of a Square Plate on an Elastic Half-Space or a Winkler Foundation  
Journal of Applied Mechanics, 55, 430-436

*Mikhaiel, S. (1978):* Soil Structure Interaction in Multi-Story Buildings  
Ph.D. Thesis, Cairo University, Egypt

*Newmark, M. (1935):* Simplified Computation of Vertical Pressures in Elastic Foundation  
University of Illinois Engineering Experiment Station, Circular 24

*Rombach, G. (2000):* Anwendung der Finite-Elemente-Methode im Betonbau  
Ernst & Sohn, Berlin

*Scott, C. (1974):* An Introduction to Soil Mechanics and Foundations  
Applied Science Publishers Ltd, London

*Stark, R. (1990):* Beitrag zur Numerischen Behandlung des Kontaktproblems beliebig  
Orthogonal berandeter Fundamentplatten unter Einbeziehung von Grenzzuständen in Boden  
Dissertation Uni Innsbruck

*Stark, R./ Majer, J. (1988):* Soil-Structure Interaction - A possibility for Elastic-Plastic  
Calculation of Foundation Slabs  
Numerical Methods in Geomechanics, volume 2, pp. 1135-1141, Innsbruck

*Steinbrenner, W. (1934):* Tafeln zur Setzungsberechnung  
Straße, S. 121-124

*Szilard, R./ Ziesing, D./ Pickhardt, S. (1986):* BASIC-Programme für Baumechanik und Statik  
Ernst & Sohn, Berlin

*Terzaghi, K. (1970):* Theoretical Soil Mechanics  
John Wiley and Sons, New York

*Timoshenko, S./ Goodier, J. (1970):* Theory of Elasticity, Third edition  
McGraw-Hill, Inc.

*Wang, C. (1983):* Intermediate Structural Analysis  
McGraw-Hill Book Company, New York

*Werkle, H. (2001):* Finite Elemente in der Baustatik  
Frieder Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/ Wiesbaden

EWB (2003) Empfehlungen "Wechselwirkungen Baugrund/ Bauwerk bei Fachgründungen",  
Beuth-Verlag, Berlin 2003