

## Beispiel 24: Überprüfung der Verschiebung eines dünnen Auslegerbalkens

### 1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung ebener Spannungen zu überprüfen, werden die Ergebnisse eines ebenen Auslegerbalkens, berechnet von *Timoshenko/ Goodier* (1970), Bsp. 21, Seite 41, mit den Berechnungen aus dem Programm *ELPLA* verglichen.

Der Ausleger wird durch eine Punktlast  $P = 150$  [kN] am Ende belastet, wie im Bild 59 gezeigt.

### 2 Abmessungen des Auslegers

Der Ausleger hat die folgenden Abmessungen:

Länge	$L = 6.0$	[m]
Querschnitttiefe	$h = 1.6$	[m]
Querschnittbreite	$b = 0.2$	[m]

### 3 Materialkennwerte des Auslegers

Das Material des Auslegers hat die folgenden Eigenschaften:

Elastizitätsmodul	$E_b$	$= 2.1 \times 10^8$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Poissonzahl	$\nu_b$	$= 0.15$	[-]
Wichte	$\gamma_b$	$= 0$	[kN/m <sup>3</sup> ]

Das Eigengewicht des Auslegers wird vernachlässigt.

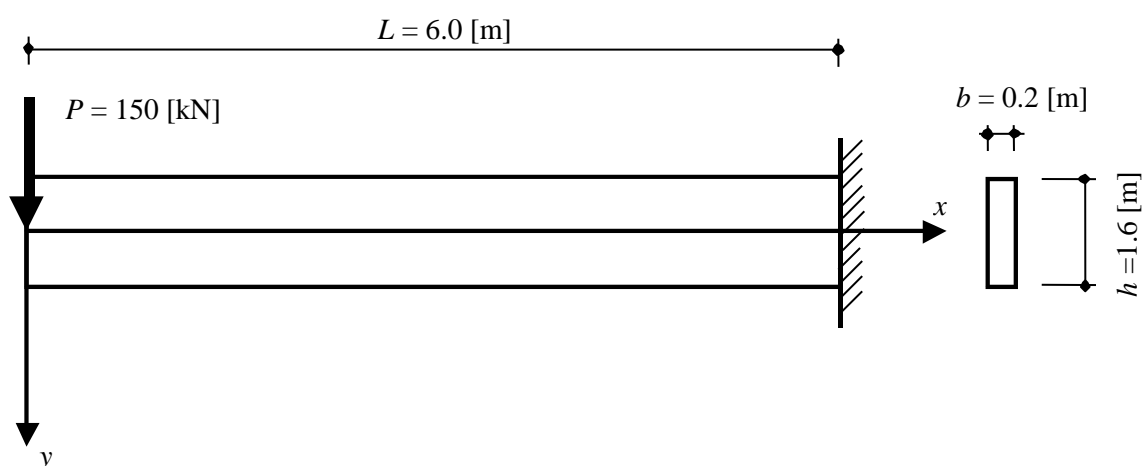


Bild 59 Auslegerbalken mit Einzellast am Ende

#### 4 Berechnung und Ergebnisse

Weil der Querschnitt des Auslegers dünn ist, kann der Ausleger als ein ebenes Spannungsproblem betrachtet werden. Entsprechend *Timoshenko/ Goodier* (1970) wird die Gleichung der Verschiebungskurve wie folgt angesetzt:

$$(w)_{y=0} = \frac{P x^3}{6 E_b I} - \frac{P L^2 x}{2 E_b I} + \frac{P L^3}{3 E_b I} \quad (19)$$

wobei:

- $w$  Vertikale Verschiebung der Mittellinie des Auslegers [m]
- $x$  Abstand der Verschiebung vom freien Ende [m]
- $P$  Last am Ende [kN]
- $E_b$  Elastizitätsmodul des Auslegermaterials [kN/m<sup>2</sup>]
- $L$  Auslegerlänge [m]
- $I$  Trägheitsmoment des Auslegerquerschnitts [m<sup>4</sup>]

Die Ergebnisse aus dem Programm *ELPLA* werden mit denen der Handberechnung nach Gleichung 19 in der Tabelle 34 verglichen. Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, dass die Ergebnisse der Verschiebung von *ELPLA* mit denen der Handberechnung nach Gleichung 19 übereinstimmen. Eine ausreichende Genauigkeit für die Ergebnisse, die vom Programm *ELPLA* erhalten werden, kann am Netz von  $0.2 \times 0.2$  [m<sup>2</sup>] berücksichtigt werden.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 34 Vertikale Verschiebung (Vergleich der Ergebnisse aus *ELPLA* und Gleichung 19)

Abstand $x$ [m]	Gleichung 19	<i>ELPLA</i>		
		Netzgröße		
		$0.1 \times 0.1$ [m <sup>2</sup> ]	$0.2 \times 0.2$ [m <sup>2</sup> ]	$0.3 \times 0.3$ [m <sup>2</sup> ]
0	0.007910	0.008205	0.007895	0.007339
0.6	0.006728	0.006960	0.006709	0.006241
1.2	0.005569	0.005781	0.005572	0.005183
1.8	0.004457	0.004648	0.004480	0.004167
2.4	0.003417	0.003585	0.003455	0.003215
3	0.002472	0.002615	0.002521	0.002346
3.6	0.001645	0.001763	0.001699	0.001582
4.2	0.000961	0.001050	0.001013	0.000944
4.8	0.000443	0.000502	0.000484	0.000452
5.4	0.000115	0.000141	0.000136	0.000127
6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000